



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

Учебное пособие

Билеты для помощи в подготовке к сдаче
экзамена по курсу :

«Функции комплексной переменной и операционное счисление»

МГТУ имени Н.Э. Баумана

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

Билеты для помощи в подготовке к сдаче
экзамена по курсу :

«Функции комплексной переменной и операционное счисление»

Москва
МГТУ имени Н.Э. Баумана

2012

Высшая математика.

1.

- 1) Степенной ряд. Теорема Абеля. Интервал сходимости и его нахождение.
- 2) Теорема Коши для односвязной области. Определение интеграла в ТФКП.
- 3) Разложить в ряд Лорана $f(z)=1/(z^2-3z+2)$, $1<|z|<2$
- 4) В тригонометрический ряд Фурье $f(x)=|x-2|$, $-3<|x|<3$

4.

- 1) Признак Лейбница и следствие (без доказательства) из него.
- 2) Дать определение пределу функции комплексного переменного. Доказать существование этого предела. (?)
- 3) Разложить в ряд по степеням $(x+4)$ функцию $f(x)=1/(x^2+3x+2)$
- 4) Вычислить интеграл по замкнутому контуру $\int_{|z|=2} \cos(z)/(z^2+1)$ (через теорию вычетов)

5.

- 1) Неравенство Парсеваля. Неравенство Бесселя. Теорема о лучшей аппроксимации функции в смысле среднеквадратичного отклонения.
- 2) Определение функции комплексного переменного и предела комплексной функции комплексного переменного. Необходимые и достаточные условия существования предела функции комплексного переменного и пределов её действительной и мнимой частей.
- 3) $f(x)=\sin(1/x)\cos(1/x^2)$ – найти особые точки, их характер и вычеты в этих точках.
- 4) $\cos^2(x/3)$ разложить в ряд Тейлора.

6.

- 1) Доказать расходимость гармонического ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
- 2) Теорема Абеля. Круг сходимости. Поведение точки на границе круга.
- 3) По замкнутому контуру $C \int \sin(z)dz/[z^2(z^2-4)]$, $C: |z|=3$
- 4) Разложить в ряд Фурье по \sin $f(x)=1-x$, $0<x<1$

7.

- 1) Основные свойства рядов. Теорема об остатке ряда, об умножении ряда на число, о сложении и вычитании рядов.
- 2) Определение функции комплексного переменного. Необходимое условие дифференцируемости функции. Условие Коши-Римана.
- 3) В ряд Лорана $f(z)=1/(z^2-3iz-2)$ в отрезке $1<|z|<2$
- 4) Разложить в ряд Фурье $f(x)=x$, $1<x<3$

8.

- 1) Сравнительные признаки сходимости, расходимости рядов.
- 2) Действительные, мнимые части аналитической функции как гармонические. Нахождение действительной части по мнимой и наоборот.
- 3) $\sum \ln(n+1)(x-1)^n/n+1$ сходимоть, расходимость на концах интервалов.
- 4) По замкнутому контуру $\int_{|z|=3} \sin(z)dz/[z^2(z^2-4)]$

10.

- 1) Доказать признак Коши с радикалом.
- 2) Разложение e^z , $\cos(z)$, $\sin(z)$. Вывести формулу Эйлера и вывести свойства функции e^z .
- 3) Разложить $f(z)=|x+2|$ на отрезки от -4 до 4 в тригонометрический ряд Фурье.
- 4) Разложить в ряд Лорана для $1<|z|<2$ для функции $f(z)=1/(z^2-3z+2)$.

14.

- 1) Сходимость степенного ряда.
- 2) Мнимая, действительная часть комплексной функции. мнимая ↔ действительная.
- 3) $1-x$ в ряд Фурье по \cos .
- 4) по замкнутому контуру $\int_{|z-1|=1} [\sin \Pi z / (1-z^2)^2] dz$

15.

- 1) Определение равномерной сходимости функционального ряда. Доказать принцип Витерштрасса.
- 2) Теорема о разложимости аналитической функции в комплексной плоскости. Разложение.
- 3) $\cos(z) / [(z^2+1)(z-\Pi/2)]$ Найти особые точки и вычеты в них.
- 4) $f(x) = \begin{cases} 2, & -\Pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \Pi \end{cases}$ Разложить в ряд Фурье.

21(20).

- 1) Интегральный признак Коши сходимости рядов. Ряд Дирихле.
- 2) Вычет бесконечно удалённой точки. Теорема о сумме вычетов.
- 3) $f(x) = 3-|x|$ $-3 \leq x \leq 3$ Разложить в тригонометрический ряд Фурье.
- 4) $f(z) = 1/(z+z^2)$ разложить по степеням z .

22.

- 1) Ряд Тейлора. Доказать теорему представления функции в ряд Тейлора. Доказать теорему о единственности разложения в ряд Тейлора.
- 2) Классификация бесконечно удалённых точек по ряду Лорана. Пусть z_0 – изолированная точка. Доказать справедливость $\lim_{n \rightarrow \infty} (z-z_0)^m f(z) \in \mathbb{C} \setminus \{0; \infty\} \Leftrightarrow \sum_{n=-m}^{\infty} C_n (z-z_0)^n, C_{-m} \neq 0$.
- 3) Найти по замкнутому контуру $C \int [z \operatorname{sh}(z) / (z^2-1)^2] dz, |z|=2$
- 4) $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$ разложить в ряд Фурье по \cos .

23 (21).

- 1) Условия разложимости в тригонометрический ряд Фурье. Разложение функции на отрезке от нуля до L в тригонометрический ряд.
- 2) Теорема Коши об интеграле аналитической функции.
- 3) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x-3)^n / [(2n+1)\sqrt{(n-1)}]$ интервал сходимости. Исследовать на концах.
- 4) по замкнутому контуру $\int_{|z|=2} \{e^z / [z^2(z+1)]\} dz$.

24 (21).

- 1) Необходимый признак сходимости ряда. Доказать расходимость гармонического ряда.
- 2) Вывести интегральную формулу Коши.
- 3) $f(z) = e^z / [z^3(z-1)]$ особые точки и вычеты.
- 4) $f(z) = \begin{cases} -2, & -2 \leq x \leq 0 \\ 2-x, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ в ряд Фурье.

25.

- 1) Признак сравнения сходимости и расходимости знакоположительных рядов.
- 2) Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
- 3) Разложить в ряд Фурье $f(z) = e^x$ $0 < x < \Pi$
- 4) по замкнутому контуру $C \int \operatorname{ch}(z) / [z(z-2)^2] dz$ $C: |z-2|=1$.

26.

- 1) Определение вычета. Основная теорема о вычетах и о сумме вычетов.
- 2) Интегральный признак Коши для сходимости, расходимости, знакоположительного ряда.
- 3) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2 \\ 4-x, & 2 \leq x < 4 \end{cases}$ разложить по \cos в тригонометрический ряд Фурье.
- 4) В окрестности точки $z_0=0$ разложить в ряд Лорана $f(z)=z^2 \cos(1/z)$

29.

- 1) Вывести интегральную формулу Коши.
- 2) Доказать равномерную сходимость степенного ряда в \mathbb{C} (теорема Абеля)
- 3) $f(z)=z^2 \cos(1/z)$ разложить в ряд Лорана в окрестности $z=0$. Найти вычет и классифицировать эту точку.
- 4) Разложить в ряд Фурье $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{при } -3 < x < 0 \\ 1-x & \text{при } 0 < x < 3 \end{cases}$

30.

- 1) Равномерная сходимость ряда. Доказать признак Вейерштрасса.
- 2) Ряд Лорана. Доказать условие представления функции ...вещ.(?).. суммы(?) её ряда Лорана.
- 3) Найти интервал сходимости и исследовать на границе $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{(n^2+2)}(x-2)^n$ / корень третьей степени из (n^7+3n) .
- 4) Вычислить интеграл по замкнутому контуру $\int_{|z+2|=1} \operatorname{ch}(\pi z) dz / [z(z+2)^2]$