

ББК 30.10
К68

Рецензент *Б.М. Дмитриев*

К68 Королев Ю.С., Лобанова Л.А., Полярус Н.Т.,
Разгулин В.Г. Основы технических измерений: Конспект
лекций по дисциплине «Метрология, взаимозаменяемость,
стандартизация». — М.: Изд-во МГТУ, 1994. — 24 с., ил.

ISBN 5-7038-1123-6

Рассмотрены вопросы оценки точности прямых и косвенных измерений и выбора
средств измерения линейных размеров.

Для студентов, изучающих дисциплину «Метрология, взаимозаменяемость и стан-
дартизация».

Ил. 18.

ББК 30.10

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время линейные измерения широко применяют во всех областях науки и техники. Отечественные и зарубежные исследования показали, что 90...95% проводимых в процессе производства металлообрабатывающей промышленности измерений относятся к области линейных.

Велик диапазон линейных размеров: от 10^{-15} м, диаметров мельчайших частиц, входящих в состав атомов вещества, до 10^{23} м, размеров Галактик во Вселенной.

В современном машиностроении возникает необходимость точно измерять как малые отклонения размеров и микронеровности поверхности, составляющие десятые и сотые доли микрометра, так и большие длины обрабатываемых на тяжелых станках деталей длиной до 20 м.

К линейным измерениям относят измерения размеров деталей, отклонения формы и шероховатости поверхности, отклонений взаимного расположения поверхностей.

Точность линейных измерений является основой для точных измерений других величин: скорости, ускорения, силы, давления, твердости и др.

Развитие науки и техники связано с повышением точности измерений.

ISBN 5-7038-1123-6

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1994.

1. ИЗМЕРЕНИЕ

ГОСТ 16263-70 «Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Термины и определения» устанавливает следующее определение измерения:

Измерение — нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств.

Целью измерения является нахождение значения физической величины.

Измерение заключается в сравнении данной величины с некоторым ее значением, принятым за единицу сравнения.

Итак, измерение — это процесс нахождения значения физической величины сравнением с выбранной единицей с помощью технических средств.

Значение величины может быть найдено прямым или косвенным измерением. При прямом измерении искомую величину находят непосредственно из опытных данных. При косвенном измерении искомую величину находят по известной зависимости между искомой величиной и величинами, определяемыми прямыми измерениями:

$$y = f(a, b, c, \dots, h),$$

где a, b, c, \dots, h находят прямыми измерениями.

Пример 1. Объем параллелепипеда находят по результатам прямых измерений ширины, длины, высоты.

Пример 2. Значение L_2 может быть найдено косвенным измерением, как разность L_1 и M , подвергаемых прямым измерениям: $L_2 = L_1 - M$ (рис. 1).

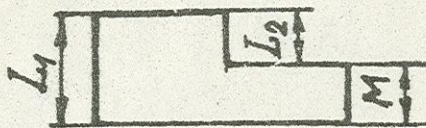


Рис. 1

2. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Используемые при измерениях технические средства называют средствами измерений.

К средствам измерений относят меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи, измерительные системы, вспомогательные средства (рис. 2).

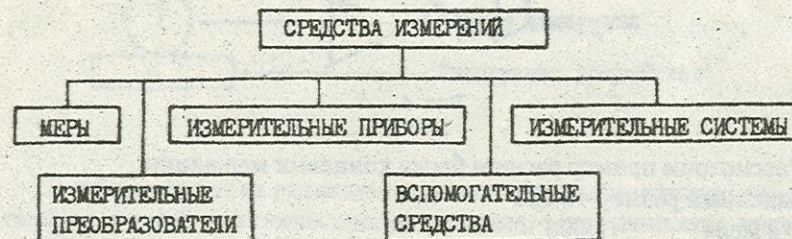


Рис. 2

2.1. Меры

Мера предназначена для воспроизведения заданного размера физической величины.

В качестве мер длины широко применяют плоскопараллельные концевые меры длины. Они имеют форму прямоугольного параллелепипеда с двумя измерительными поверхностями.

За размер плоскопараллельной концевой меры длины принята ее срединная длина — длина перпендикуляра, опущенного из середины одной из измерительных поверхностей меры на противоположную измерительную поверхность (рис. 3).

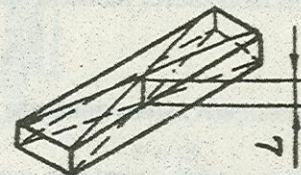


Рис. 3

Концевые меры комплектуют в наборы, обеспечивающие возможность получения блока концевых мер любого размера до третьего десятичного знака. Блок составляют притиркой измерительной поверхности одной концевой меры к измерительной поверхности другой концевой меры (рис. 4).

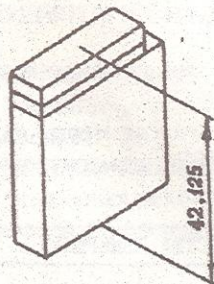


Рис. 4

Рассмотрим пример расчета блока концевых мер длины.

Заданный размер 42,125

1-я мера	1,005
остаток	41,12
2-я мера	1,12
остаток	40
3-я мера	40

При составлении блока заданного размера сначала определяют размеры мер, составляющих блок. Определение размеров мер следует начинать с последней цифры заданного размера. Подбрав первую меру, необходимо вычесть ее размер из заданного и, следуя тому же правилу, определить размер следующей меры.

Из всех возможных вариантов составления блока следует выбирать тот, при котором заданный размер составляется из наименьшего числа мер, и, следовательно, обеспечивается наименьшая погрешность блока.

2.2. Измерительные приборы

Измерительный прибор предназначен для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем.

В приборах измеряемая величина объекта измерения с помощью воспринимающего устройства передается в преобразующее устройство или непосредственно в усилитель и затем поступает в отсчетное устройство. Структурная схема измерительного прибора приведена на рис. 5.

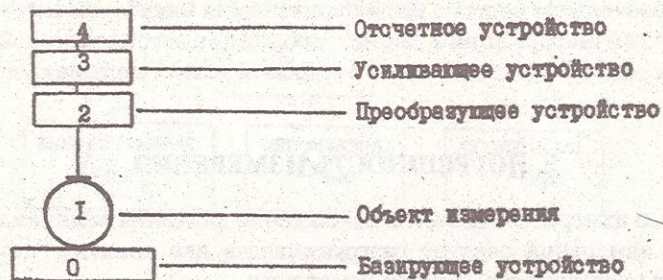


Рис. 5

Приборы строят на различных принципах преобразования измеряемой величины: механические, оптические, электрические, пневматические, магнитные и др. Во многих приборах использовано сочетание различных способов преобразования. Существуют оптико-механические, электропневматические и другие приборы.

Измерительные приборы характеризуются следующими метрологическими параметрами: цена деления, диапазон показаний, диапазон измерений и др. (рис. 6).

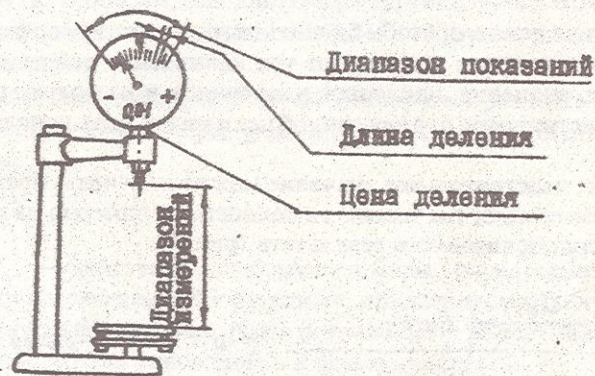


Рис. 6

Цена деления — разность значений величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы.

Диапазон показаний — область значений шкалы, ограниченная начальным и конечным значениями шкалы.

Диапазон измерений — область значений измеряемой величины, для которой нормированы допускаемые погрешности средства измерений.

Измерительная система предназначена для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для автоматической обработки, передачи и использования в автоматических системах управления.

3. ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ

Целью измерений является нахождение значения величины. При анализе измерений следует разграничивать два понятия: истинное значение величины и результат измерения.

Истинное значение не зависит от средств нашего познания и является абсолютной истиной, к которой мы стремимся, повышая качество измерений.

Результат измерения, напротив, является продуктом нашего познания и зависит не только от измеряемой величины, но еще и от метода измерений, от средств измерений и от свойств органов чувств наблюдателя.

Точность измерений характеризуют погрешностью измерений, которая представляет собой разность между результатом измерения и истинным значением измеряемой величины:

$$\Delta_n = L_{\text{изм}} - L_{\text{ист}}$$

На практике для того, чтобы оценить погрешность измерения, вместо истинного значения используют так называемое действительное значение, т.е. значение, найденное измерением и настолько приближающееся к истинному, что для данной цели может быть использовано вместо него.

Очевидно, действительное значение можно получить, проведя более точное измерение, т.е. измеряя с точностью примерно на порядок выше точности оцениваемого результата (рис. 7).



Рис. 7

Погрешность измерения зависит от погрешности средств измерения, методики проведения измерений, субъективных особенностей оператора и условий измерения. Поэтому погрешность измерения включает следующие составляющие: инструментальную, методическую и субъективную (рис. 8).

$$\Delta_n = \{ \Delta_{\text{инстр}} ; \Delta_{\text{мет}} ; \Delta_{\text{суб}} \}$$

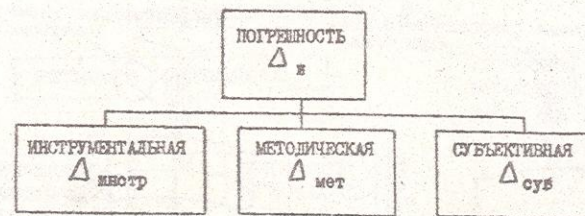


Рис. 8

Инструментальная погрешность зависит от погрешностей применяемых средств измерений.

Погрешность средства измерения возникает вследствие несовершенства конструкций, неточности изготовления, погрешностей градуировки и т.п. В техническом паспорте указывают предел допускаемой погрешности прибора, т.е. наибольшую погрешность, при которой прибор можно использовать для измерения.

Для большинства приборов погрешность нормируют по участкам диапазона измерений или задают в виде функции длины. Например: для микрометра МК 0-25 класса точности I предел допускаемой погрешности $\pm 0,004$ мм; для длиномера вертикального ИЗВ-3 предел допускаемой погрешности равен $\pm (1,2 + L/120)$ мкм, где L — измеряемый размер, мм.

Под погрешностью концевой меры понимают разность между номинальным значением меры, указанным на ней, и ее действительным значением:

$$\Delta_m = M_{\text{ном}} - M_{\text{действ}}$$

где $M_{\text{действ}}$ — действительный размер меры, определенный при ее аттестации и приведенный в аттестате, прилагаемом к набору мер.

Методическая составляющая погрешности измерений отражает несовершенство или упрощение методики измерений.

Методическая погрешность возникает, например, при проведении дискретных измерений взамен непрерывных, при отличии реальной схемы измерения от теоретической, а также из-за взаимного влияния прибора и объекта измерений и др.

При отличии реальной схемы измерения от теоретической методическая погрешность проявляется в погрешности взаимного положения детали и прибора и зависит от базирования детали (рис. 9).

Погрешность, возникающая из-за взаимного влияния прибора и детали, наиболее значительна при контактном способе измерения, когда действие измерительного усилия может вызвать деформации

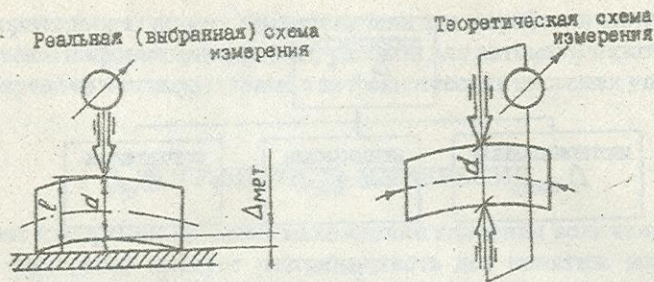


Рис. 9

объекта: изгиб, сжатие. Для исключения этой погрешности необходимо проводить бесконтактные измерения, а для ее уменьшения выбирать для измерения приборы с малым измерительным усилием, например, электронную измерительную систему с индуктивным преобразователем с измерительной силой $P = 40$ сН и колебанием измерительной силы не более 10 сН.

Субъективные (личные) погрешности возникают из-за индивидуальных особенностей лица, выполняющего измерения, его квалификации. Они проявляются в погрешности отсчитывания $\Delta_{\text{отсч}}$, погрешности взаимного положения объекта и прибора Δ_y , связанной с установкой объекта на приборе (рис. 10).

Погрешность отсчитывания включает погрешность интерполяции и погрешность от параллакса.

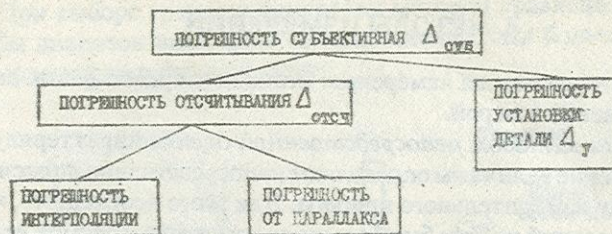
Погрешность интерполяции происходит от недостаточно точного оценивания на глаз доли деления шкалы. Например, один наблюдатель чаще относит показания к 0,4 и 0,6; другой предпочитает 0,2 и 0,8 (погрешность интерполяции может достигать 0,1 деления).

Параллакс — это кажущееся смещение указателя. Погрешность параллакса возникает при наблюдении в направлении, неперпендикулярном плоскости шкалы, и зависит от величины h и угла φ .

Погрешность от параллакса особенно проявляется при измерении штангенциркулем. Уменьшить погрешность от параллакса можно двумя способами: 1) уменьшая угол φ , т. е. повышая квалификацию оператора, применяя зеркальные шкалы; 2) уменьшая h , совершенствуя конструкцию отсчетного устройства. Беспараллаксными являются цифровые отсчетные устройства.

В отдельную группу следует выделить погрешности от влияния внешних условий проведения измерений (температуры, давления, влажности и т.д.).

За нормальные условия измерения приняты $t = 20^\circ \text{C}$;



$$\Delta_{\text{отсч}} = \text{ОТСЧЕТ} - \text{ПОКАЗАНИЕ}$$

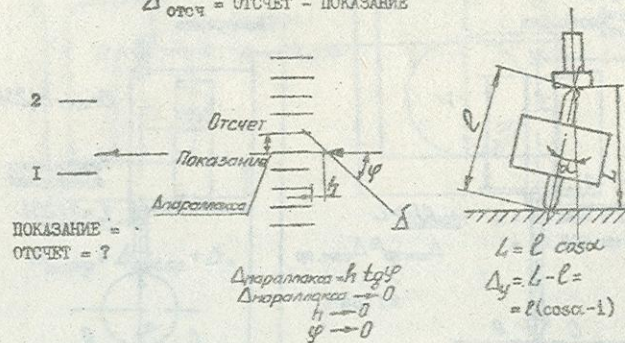


Рис. 10

$P = 101324,72$ Па (760 мм рт.ст.); относительная влажность воздуха 58%; ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/с}^2$.

При отличии условий измерения от нормальных, во-первых, изменяется сама измеряемая величина и, во-вторых, изменяется точность средств измерения, возникает так называемая дополнительная погрешность измерительного средства.

Для того чтобы избежать дополнительных погрешностей, необходимо в течение всего процесса измерения поддерживать нормальные условия. Пределы допускаемого отклонения температуры $\pm 20^\circ \text{C}$ составляют от $\pm 0,1$ до $\pm 4^\circ \text{C}$ в зависимости от размеров деталей и допусков на них. Измеряемые изделия в зависимости от массы и допусков на размеры необходимо выдерживать при указанных температурах от 2 до 36 часов, а средства измерений не менее 24 часов до начала измерений. Пределы допускаемого отклонения влажности воздуха равны $\pm 20\%$.

При проведении измерений в нормальных условиях дополнительная погрешность мала и ею можно пренебречь.

При значительных отклонениях условий измерения от нормальных необходимо рассчитать дополнительную погрешность и учесть ее в результате измерения в виде поправки.

4. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Различают два метода измерения: метод непосредственной оценки и метод сравнения с мерой.

Измерения методом непосредственной оценки характеризуются тем, что значение величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора. Для этого необходимо, чтобы диапазон показаний шкалы был больше значения измеряемой величины: $\Delta П > L$ (рис. 11).

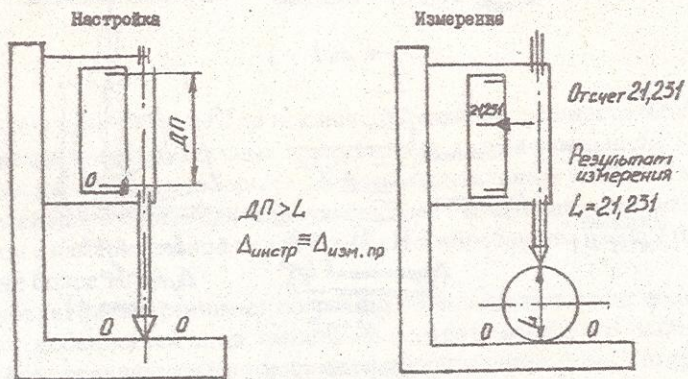


Рис. 11

При методе непосредственной оценки (НО) настройку прибора на нуль производят по базовой поверхности прибора. Под действием различных факторов (изменение температуры, влажности, вибрации, соударения подвижных частей прибора при арретировании наконечника) может произойти смещение нуля. Поэтому периодически необходимо проводить проверку и соответствующую регулировку.

Так как при измерении методом НО используют одно измерительное средство — измерительный прибор, инструментальная составляющая погрешности измерения, обусловленная неточностью используемых средств измерения, равна погрешности измерительного прибора:

$$\Delta_{\text{инстр}} = \Delta_{\text{изм. пр.}}$$

При измерении методом сравнения с мерой измерительный прибор настраивают на нуль по мере (рис. 12). Поэтому при измерении методом сравнения с мерой результатом наблюдения является отклонение измеряемой величины от значения меры. Значение измеряемой величины получают алгебраическим суммированием значения меры и отклонения от этой меры, определенного по показанию прибора:

$$L = M + П.$$

При выборе средства измерения методом сравнения необходимо, чтобы диапазон показаний шкалы прибора был больше отклонения измеряемой величины от меры:

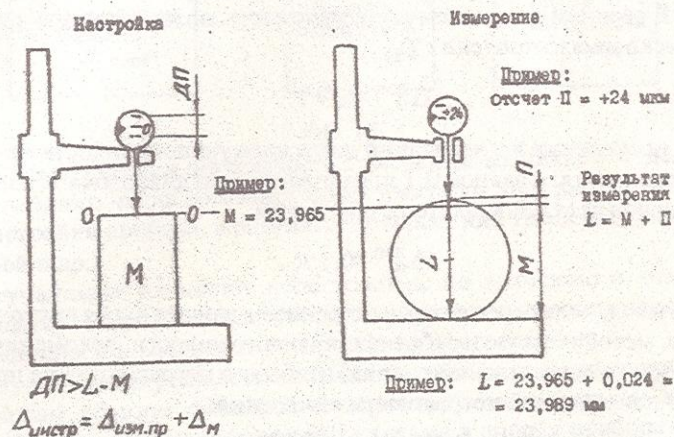


Рис. 12

$\Delta П > L - M$

При методе сравнения с мерой используют два измерительных средства: измерительный прибор и меру. Инструментальная составляющая погрешности измерения в таком случае включает в себя погрешность измерительного прибора и погрешность меры:

$$\Delta_{\text{инстр}} = \Delta_{\text{изм. пр.}} + \Delta_{\text{м.}}$$

Для линейных измерений различие двух методов: метода непосредственной оценки и метода сравнения — относительно, так как измерение — это всегда, по существу, сравнение с единицей, которая так или иначе заложена в средстве измерения.

5. ВЫБОР СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ

Средство измерения выбирают с учетом конструктивных особенностей, формы и размеров измеряемой детали, требуемой точности измерений, метрологических характеристик прибора, производительности контроля и др.

В целях обеспечения единства измерений погрешность выполненных измерений не должна превышать допускаемую погрешность:

$$\Delta_{\text{и}} \leq \Delta_{\text{и}}^{\text{доп}}$$

Значение допускаемой погрешности измерения зависит от цели измерения.

При техническом контроле предел допускаемой погрешности по ГОСТ 8051-73 принимают равным 20...35% допуска на изготовление детали. В среднем допускаемую погрешность можно принять равной $1/4$ допуска на изготовление T :

$$\Delta_{\text{и}}^{\text{доп}} = 1/4 T.$$

При проведении исследований допускаемую погрешность измерений можно принять равной $0,1$ предполагаемого диапазона R изменения размеров деталей в процессе обработки:

$$\Delta_{\text{и}}^{\text{доп}} = 0,1 R.$$

Учитывая, что погрешность измерения включает в себя инструментальную, методическую и субъективную погрешности, рекомендуется выбирать такое средство измерения, чтобы его погрешность не превышала $0,7$ допускаемой погрешности измерения:

$$\Delta_{\text{инстр}}^{\text{доп}} = 0,7 \Delta_{\text{и}}^{\text{доп}}.$$

Поэтому при техническом контроле

$$\Delta_{\text{инстр}}^{\text{доп}} = 0,7 \cdot 1/4 T = 1/6 T,$$

при исследовании

$$\Delta_{\text{инстр}}^{\text{доп}} = 0,07 R.$$

6. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПО СВОЙСТВАМ

По свойствам погрешности можно разделить на систематические, случайные и грубые (рис. 13):

$$\Delta_{\text{и}} = \Delta_{\text{сист}} + \Delta_{\text{случ}}.$$

Различают следующие характеристики качества измерений.

Точность измерений — качество измерений, отражающее близость результата измерения к истинному значению: $\Delta_{\text{и}} \rightarrow 0$.

Правильность измерений — качество измерений, отражающее близость к нулю систематической погрешности измерения: $\Delta_{\text{сист}} \rightarrow 0$.

Сходимость измерений — качество измерений, отражающее близость результатов измерений, выполненных в одних и тех же условиях: $\Delta_{\text{случ}} \rightarrow 0$.

Систематической называют погрешность, постоянную по значению и знаку или изменяющуюся по определенному закону при повторных измерениях одной и той же величины.

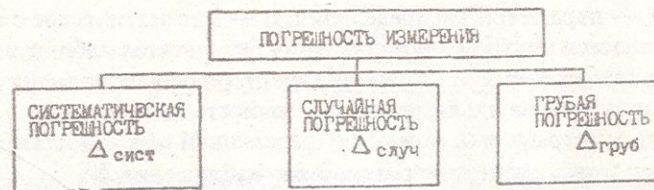


Рис. 13

Систематическая погрешность измерения возникает от действия ограниченного числа доминирующих факторов (например, от неточной настройки прибора, в результате отклонений температуры от нормальной и др.).

Случайными называют непостоянные по значению и знаку погрешности, которые возникают при повторных измерениях одной и той же величины в зависимости от случайных обстоятельств.

Случайные погрешности вызываются множеством изменяющихся случайным образом факторов (например, непостоянством измерительной силы, изменением момента трения в опорах прибора и т.п.), причем ни один из этих факторов не является доминирующим.

В процессе измерения систематическая и случайная погрешности проявляются «одновременно», поэтому погрешность измерения можно представить в виде их суммы:

$$\Delta_{\text{и}} = \Delta_{\text{сист}} + \Delta_{\text{случ}}.$$

Грубая погрешность измерения — это погрешность измерения, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях (например, погрешность из-за резкого кратковременного изменения напряжения в сети питания прибора, ошибки при записи результата наблюдения). Грубые погрешности исключают из результата измерения.

6.1. Оценка случайных погрешностей

Случайные погрешности неизбежны и неустранимы. Они проявляются в рассеивании результатов многократных измерений одной и той же величины.

Оценку случайных погрешностей производят с помощью теории вероятностей и математической статистики.

Рассеивание результатов многократных наблюдений чаще всего подчиняется нормальному закону распределения — закону Гаусса, для которого плотность вероятности определяется уравнением

$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где μ и σ — параметры распределения; μ — математическое ожидание, являющееся центром группирования результатов наблюдения; σ — среднее квадратичное отклонение, характеризующее величину рассеивания результатов наблюдения, т.е. точность измерения.

Зная параметры μ и σ , можно с определенной вероятностью определить диапазон рассеивания результатов наблюдения Δ :

$$\Delta = \pm z\sigma,$$

где z — коэффициент, равный значению функции Лапласа. При доверительной вероятности $P = 0,9973$ диапазон рассеивания

$\Delta = \pm 3\sigma$ (рис. 14).

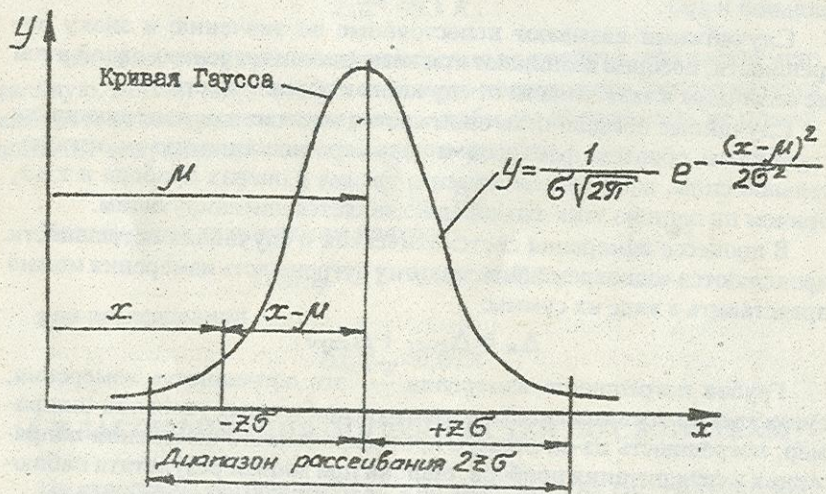


Рис. 14

Случайные погрешности, превышающие по абсолютному значению 3σ , считаются грубыми. Их исключают из результата измерения.

Кривая Гаусса показывает, что более вероятны малые погрешности, вероятность появления больших погрешностей значительно меньше, поэтому за оценку истинного значения величины принимают математическое ожидание μ результата наблюдений.

Математическое ожидание μ и среднее квадратичное отклонение σ являются теоретическими величинами. Ввиду ограниченного числа измерений на практике используют их эмпирические оценки: среднее арифметическое значение \bar{X} и эмпирическое среднее квадратичное отклонение S :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}.$$

Так как среднее арифметическое \bar{X} вычисляют по результатам отдельных наблюдений, \bar{X} является тоже случайной величиной и характеризуется своим эмпирическим средним квадратичным отклонением $S_{\bar{X}}$:

$$S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Из формулы видно, что эмпирическое среднее квадратичное отклонение среднего арифметического значения в \sqrt{n} раз меньше эмпирического среднего квадратичного отклонения (т.е. точность среднего арифметического значения измеряемой величины в \sqrt{n} раз выше точности единичного измерения). Поэтому на практике за результат измерения принимают среднее арифметическое значение многократных наблюдений \bar{X} (а не результат отдельного измерения), что позволяет уменьшить в \sqrt{n} раз случайную составляющую погрешности измерения.

За оценку случайной погрешности результата измерений принимают доверительный интервал среднего арифметического:

$$\Delta_{\text{случ}} = \pm t S_{\bar{X}} = \pm t \frac{S}{\sqrt{n}},$$

где t — коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности P и числа степеней свободы $(n-1)$.

Результат измерения представляют в виде

$$X = \bar{X} \pm t \frac{S}{\sqrt{n}}; \quad P = \quad ; \quad n = \quad .$$

6.2. Обнаружение и устранение систематических погрешностей

Систематическая погрешность приводит к смещению среднего арифметического значения относительно истинного значения, т.е. представляет собой разность среднего арифметического и истинного значений измеряемой величины (рис. 15):

$$\Delta_{\text{сист}} = \bar{X} - X_{\text{ист}}.$$

Поскольку истинное значение неизвестно, для обнаружения (оценки) систематической погрешности на практике вместо истинного значения используют действительное значение величины и за систе-

математическую погрешность измерения принимают разность среднего арифметического и действительного значений:

$$\Delta_{\text{сист}} = \bar{X} - X_{\text{действ.}}$$

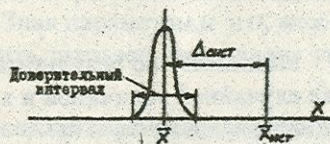


Рис. 15

Рассмотрим некоторые методы обнаружения и устранения систематической погрешности.

Первый метод заключается в сопоставлении данного результата с результатом более точного измерения, полученным другим методом

или более точным средством измерения. Результат более точного измерения принимают за действительное значение величины.

Например, для определения систематической погрешности измерения длины цилиндра L (рис. 16) на вертикальном длиномере были проведены измерения этого размера на более точном средстве измерения — интерферометре. Данные, представленные в таблице, показывают, что систематическая погрешность измерения размера L на длиномере составляет — 1,26 мкм.

Средство измерения	Результат измерения $\bar{L} \pm t \frac{S}{\sqrt{n}}$, мм	Систематическая погрешность измерения $\Delta_{\text{сист}}$, мкм	Исправленный результат $L_{\text{испр}}$, мм
Вертикальный длиномер	$24,9213 \pm 0,0015$	-1,26	$24,92256 \pm 0,0015$
Интерферометр	$24,92256 \pm 0,0001$		

Второй метод заключается в сравнении результатов измерения детали и образца.

Заранее аттестованный образец и деталь измеряют в одних и тех же условиях одним и тем же средством измерения.

Разницу результата измерения образца и его действительного размера, определенного при аттестации, принимают за систематическую погрешность измерения детали на том же приборе и в тех же условиях:

$$\Delta_{\text{сист}} = \bar{L}_{\text{обр}}^{\text{изм}} - L_{\text{обр}}^{\text{действ.}}$$

Для повышения точности измерений обнаруженную и оцененную систематическую погрешность исключают из результата измерения, вводя поправку, равную систематической погрешности с обратным знаком.

Результат измерения, из которого исключена систематическая погрешность называют исправленным:

$$L_{\text{испр}} = \bar{L} - \Delta_{\text{сист}}$$

Третий метод — метод компенсации систематической погрешности по знаку. При этом методе наблюдения осуществляют таким образом, чтобы погрешность измерения при втором наблюдении вошла в результат с противоположным знаком.

Например, для определения погрешности шага резьбы, накопленной на длине свинчивания, измеряют длину n витков резьбы (расстояние P_n). При измерении P_n на микроскопе возможно возникновение систематической погрешности измерения из-за несовпадения линии измерения с осью резьбы детали (рис. 17).

В результате размер n шагов $P_{n\text{прав}}$, измеренный по правым сторонам профиля, будет меньше, а размер n шагов $P_{n\text{лев}}$, измеренный по левым сторонам профиля, будет больше действительного размера P_n на величину систематической погрешности. Среднее арифметическое из измеренных шагов по правым и левым сторонам профиля дает длину n шагов, свободную от этой систематической погрешности измерения:

$$P_{n\text{изм}} = \frac{P_{n\text{изм}}^{\text{прав}} + P_{n\text{изм}}^{\text{лев}}}{2}$$

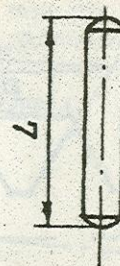


Рис. 16

7. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Статистическую обработку результатов многократных наблюдений выполняют в следующем порядке:

1. Вычисляют среднее арифметическое значение результатов наблюдений:

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n}$$

2. Исключают известную систематическую погрешность из среднего арифметического наблюдения:

$$\bar{L}_{\text{испр}} = \bar{L} - \Delta_{\text{сист}}$$

3. Вычисляют эмпирическое среднее квадратичное отклонение результатов наблюдений:

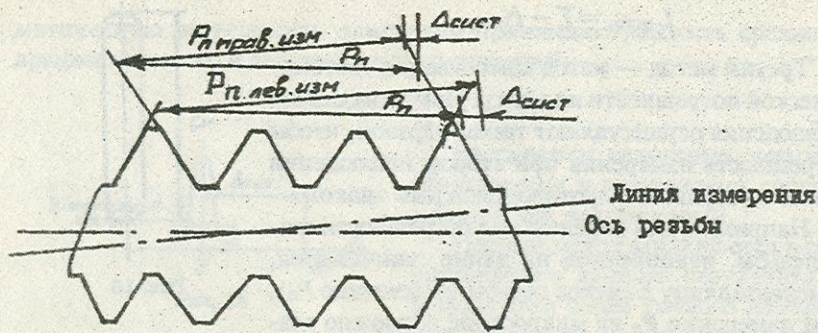


Рис. 17

$$S = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (L_i - L)^2}}{n - 1}$$

4. Определяют наличие грубых погрешностей $\Delta_{\text{груб}}$. Если грубые погрешности обнаружены, то соответствующие результаты отбрасывают и повторяют вычисления $L_{\text{испр}}$ и S .

5. Вычисляют эмпирическое среднее квадратическое отклонение результата измерения:

$$S_{\bar{L}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

7. Результат измерения представляют в виде

$$L = \bar{L}_{\text{испр}} \pm t S_{\bar{L}}; P = \quad ; n = \quad$$

Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же порядка, что и значение доверительного интервала (например, $L = 21,4378 \pm 0,0023$; $P = 0,95$; $n = 7$).

8. СУММИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Как известно, погрешность измерения включает в себя ряд составляющих погрешностей: инструментальную $\Delta_{\text{инстр}}$, методическую $\Delta_{\text{мет}}$, субъективную $\Delta_{\text{суб}}$, которые можно представить как сумму систематических и случайных составляющих.

Поэтому при анализе погрешности измерения или при расчете погрешности измерения необходимо учитывать, что систематическая и случайная погрешности суммируются по-разному: систематические — алгебраически, т.е. с учетом знака;

$$\Delta_{\text{сист}} = \Delta_{\text{сист}}^{\text{инстр}} + \Delta_{\text{сист}}^{\text{мет}} + \Delta_{\text{сист}}^{\text{суб}};$$

случайные — квадратически:

$$\Delta_{\text{случ}} = \sqrt{\Delta_{\text{случ}}^2{}^{\text{инстр}} + \Delta_{\text{случ}}^2{}^{\text{мет}} + \Delta_{\text{случ}}^2{}^{\text{суб}}}$$

Рассмотрим определение суммарной погрешности при косвенных измерениях.

Известно, что при косвенных измерениях

$$y = f(a, b, \dots, h).$$

Погрешность косвенных измерений искомой величины подсчитывают на основании погрешностей величин, подвергнутых прямым измерениям с учетом коэффициентов влияния:

$$\Delta_{\text{сист}} y = \left(\frac{\partial f}{\partial a} \Delta_{\text{сист}} a + \frac{\partial f}{\partial b} \Delta_{\text{сист}} b + \dots + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta_{\text{сист}} h \right);$$

$$S_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 S_a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 S_b^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial h} \right)^2 S_h^2};$$

$$\Delta_{\text{случ}} y = \pm t S_y.$$

Пример 3. Определить систематическую и случайную погрешности измерения размера L_2 : $L_2 = L_1 - M$ (рис. 18).

Итак,

$$\Delta_{\text{сист}} L_2 = \frac{\partial L_2}{\partial L_1} \Delta_{\text{сист}} L_1 + \frac{\partial L_2}{\partial M} \Delta_{\text{сист}} M;$$

$$S_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial L_2}{\partial L_1} \right)^2 S_1^2 + \left(\frac{\partial L_2}{\partial M} \right)^2 S_M^2}.$$

Так как коэффициенты влияния

$$\frac{\partial L_2}{\partial L_1} = 1 \text{ и } \frac{\partial L_2}{\partial M} = -1,$$

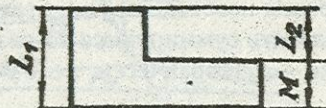


Рис. 18

то $\Delta_{\text{сист}} L_2 = \Delta_{\text{сист}} L_1 - \Delta_{\text{сист}} M$;

$$S_2 = \sqrt{S_1^2 + S_M^2};$$

$$\Delta_{\text{случ}} L_2 = \pm t S_2.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. Измерение	4
2. Средства измерений	5
2.1. Меры	5
2.2. Измерительные приборы	6
3. Погрешность измерения	8
4. Методы измерений	12
5. Выбор средств измерения	13
6. Классификация погрешностей по свойствам	14
6.1. Оценка случайных погрешностей	15
6.2. Обнаружение и устранение систематических погрешностей	17
7. Математическая обработка результатов прямых наблюдений	19
8. Суммирование погрешностей	20