МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

Учебное пособие

А.Н.Вилков

Курс лекций

«Методология проведения научного эксперимента»

МГТУ имени Н.Э. Баумана

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

А.Н.Вилков

Курс лекций

«Методология проведения научного эксперимента»

Москва
МГТУ имени Н.Э. Баумана

2012

УДК 681.3.06(075.8)
ББК 32.973-018
И201

А.Н.Вилков
Курс лекций «Методология проведения научного эксперимента» –
М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 33 с.: ил.

В курсе лекций рассмотрены основные этапы курса «Методология проведения научного эксперимента».

Ил. 39. Табл. 5. Библиогр. 7 назв.

УДК 681.3.06(075.8)

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012

АННОТАЦИЯ

В курсе лекций будут рассмотрены основные темы курса «Методология проведения научного эксперимента» такие как: теоремы подобия, физическая экономика, математическая статистика.

Содержание

1 Введение, понятия, термины

Наука – сфера человеческой деятельности, функция которой - выработка и систематизация объективных знаний о действительности, одна из форм общественного сознания (пример другой формы – религия) в рамках *естественно-научного познания.*

Естественно-научное познание ЕНМ – система взглядов, развивающихся, в основном, в физике, которые стали популярными и образовали цельную совокупность. Методы мышления, развитые в этой системе, признаны наиболее точными и достоверными методами познания и проникли в науку о живом человеке и обществе в виде *четырех утверждений (постулатов).*

1. Существование законов природы, то есть обозримого числа законов, из которых можно получить описание практически всех природных явлений.

2. Экспериментальность – закон извлекается не из обыденного опыта, авторитета предыдущего поколения, а из природы методом наблюдения, точнее - эксперимента. Он является специальным методом, когда явление несколько раз подряд воспроизводится искусственно.

3. Объективность – вера в то, что эксперимент объективен по своей природе, не зависит от наблюдателя и может быть в точности воспроизведен другими людьми. В идеале наблюдатель – прибор (робот).

4. Математичность – в результате эксперимента получают число (или функцию). В эксперименте имеем дело с величинами, которые измеримы и опять-таки сводятся к числам. Все законы являются некоторым математическим отношением между числами. Из этих отношений получают следствия все новых явлений природы.

ЕНМ выкристаллизовывалась за последние 400 лет и сейчас подтверждается невиданными успехами науки и техники.

Около 1600 года нашей эры произошел БУМ! развития научных знаний и увеличение объема информации. Произошедшая с тех пор *Научно-техническая революция НТР* с XVII по XXI вв. являлась, по сути, Коперниканской.

В современной литературе под **методологией** понимают, прежде всего, *методологию научного познания МНП*, то есть учение о принципах построения, формах и способах научного познания деятельности человека.

Методология науки дает характеристику компонентов научного исследования.

— его объект;

— предмет анализа;

— задача исследования;

— исследование средства для решения.

Методология науки формирует представление о последовательности движения исследователя в процессе решения данной задачи. Наиболее важные точки приложения методологии:

— постановка проблемы;

— построение предмета исследования;

— построение научной теории;

— проверка результата на истинность.

Методология проведения научного эксперимент МПНЭ – система принципов и способов организации и построения практической деятельности с целью получения объективных знаний о предмете исследования с максимальной эффективностью.

В наше время развитие ЕНМ приводит к возникновению "кризиса". Схема логики живой природы отличается от рациональной ЕНМ. В живой природе главная роль - ее организация в циклы, которые были открыт Ю. Либихом и называются *циклами Либиха.* Таких циклов сотни тысяч. Пример цикла Либиха:

$$\begin{tikzcd}
\text{трупы} \arrow[d] & \text{бактерии} \arrow[l] \\
\text{животные} \arrow[r] & \text{растения} \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

Из цикла следует, что поглощается все, что производится.

Вмешательство технологической деятельности приводит к разрывам циклов Либиха, накоплению непоглощенных отходов.

Человек строит картину мира, в котором ему нет места, как животному, мыслящему и духовному существу. На горизонте – признаки преодоления ситуации кризиса.

Сложилась **Этология** – наука о поведении животных. Этологи выделили два пути взаимодействия животных с миром:

1. Инстинктивное.
2. Осмысленное.
   2.1 Сознательное.
   2.2 Бессознательное.

Возникают ростки новой науки, в которой человек не царь, а один из элементов природы. Создается более уравновешенная картина мира, в котором ее живая и неживая части развиваются, не подчиняя одну закономерностям другой. Неясной представляется даже граница между живым и неживым.

Понятие – форма мышления, отражающая связи и отношения предметов и явлений (философское); выделение общего (логическое); мысль, в которой обобщены и выделены предметы некоторого класса по определенным общим признакам.

Термин – элемент языка науки, точно означает понятие, применимое в искусстве или технике. Главное в термине – его однозначность. Он должен быть конкретным. Вводится для точного обозначения данных науки.

Метод – (путь к чему-либо) способ образования и построения философского и научного знаний.

Методы, имеющие общенаучный характер:

1. Анализ.
2. Синтез.
3. Идеализация.
4. Обобщение.
5. Типологизация.
6. Индукция.
7. Дедукция.
8. Интуиция.

Индукция – вид рациональной оценки фактов, позволяющий предвидеть или предсказать явление природы или общественной жизни с некоторой степенью правдоподобности.

Дедукция – переход в познании от общего к частному и единичному, выведение частного и единичного из общего. В логике - процесс логического вывода, представляющий собой переход от посылок к заключениями на основе правил логики.

Интуиция – способность непосредственного постижения истины. Результат со временем доказывается логически и проверяется практически.

Методология – учение о структуре, логической организации, методах и средствах деятельности. В этом смысле методология образует необходимый компонент всякой деятельности, поскольку последняя становится предметом осознания, обучения и рационализации.

Эксперимент – система операция, воздействий и (или) наблюдений, направленных на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях.

Опыт – воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов.

В науке эксперимент занимает центральное место, однако его эффективность зачастую не может быть признана достаточной. Науковеды определили, что стоимость научного исследования пропорциональна n^2, где n – число ученых; выгода пропорциональна $\sqrt{n}$. Темпы не могут оставаться постоянными, $\Rightarrow$ необходима оптимизация эксперимента.

Краткий обзор теорий, гепотиз эфира приведен в книге "Общая эфиродинамика".

Методологически эксперимент базируется на теории подобия и теории моделирования. Учение о подобии и моделировании начало развиваться около 400 лет назад.

Подобие – взаимное и однозначное соответствие между объектами.

Модель – находится в отношении к моделируемому объекту.

Первые научные формулировки условий подобия и уточнения этого понятия, применительно к механическому движению, в конце XVII века дал Ньютон. Прямая теорема подобия и сформулированные Ньютоном положения заложили основы современного учения о подобии. Ньютон указал свойства подобных механических систем и критерии, которые характеризуют движение систем, подобие которых обеспечено.

Ньютон открыл пути подобия и моделирования для обоснования теоретических положений. К этому мысленному подобию относятся, например, построение наглядной механической модели для объяснения световых явлений (корпускулярная теория света), математическая модель тяготения...

Учение о подобии стало распространяться и на величины и процессы, различающиеся по природе, но имеющие определенную аналогию или хотя бы какое-то математическое соответствие.

развитие теории подобия шло двумя путями, основой которых было:

1. *Анализ уравнений*, описывающих математически изучаемое явление.
2. *Анализ размерностей*, физически характеризующих эти явления.

1.1 Теоремы подобия

Основу теории подобия составляют три теоремы.

1.1.1 Первая теорема подобия

Явления, подобные в том или ином смысле (физическом или математическом) имеют некоторое одинаковое сочетание параметров – критериев подобия π. У всех подобных явлений $\pi = idem$ (соответственно, одинаковый для всех рассматриваемых явлений. π – безразмерные числа из размерных физических параметров, которые определяют рассматриваемое физическое явление. Равенство однотипных π (числов Маха) для двух физических явлений или систем является необходимым условием их подобия. pi составляют из параметров процесса и параметров систем. Примерами pi являются критерии Прандтля и Рейнольдса.

Критерии подобия дают правила переноса результата эксперимента с моделей на оригинал. Иначе, при подобии двух объектов, знание поведения одного объекта означает знание поведения другого.

Набор необходимых критериев определяют двояко:

1. Исходя из уравнений, описывающих процессы.
2. Основываясь на анализе размерностей физических величин.

О подобии говорят еще так: если два объекта (две системы) физически подобны, то процесс в каждом из них может быть описан набором безразмерных характеристик – чисел подобия; и в соответствующих точках обоих объектов числа подобия имеют равные значения. При этом они играют роль критериев подобия. По этим признакам можно установить существования подобия.

1.1.2 Третья теорема подобия

Если граничные и начальные условия для одной системы соответственно равны граничным и начальным условиям другой системы, то процессы в обоих системах протекают подобным образом. Системы все время остаются подобными друг другу. Практически важное свойство критериев подобия: критерии подобия любого явления могут быть преобразованы в критерии другой формы, которую получают за счет операций преобразования (сложение, вычитание, умножение, деление).

Пример:

$$\text{если } \pi_k = idem; \pi_{k+j} = idem, \text{ то } \pi_k \pi_{k+j} = idem, \pi_k / \pi_{k+j} = idem$$

1.1.3 Вторая теорема подобия (π – теорема)

it Всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено зависимостью между критериями подобия, то есть уравнением, связывающим безразмерные величины, которые получены из участвующих в процессе параметров.

В несколько упрощенном виде: зависимость, связывающая некоторое число размерных величин, среди которых некоторая часть величин обладает независимыми размерностями, может быть преобразована в зависимость между безразмерными степенными комплексами этих величин, то есть критериями подобия.

Степенной комплекс – произведение степеней постоянных или переменных величин: $y = x_1^\lambda x_2^\beta x_3^\delta$.

π – теорема является основой анализа размерностей.

Физическая величина – одно из свойств физического объекта, системы, процесса, общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуально для каждого из них.

Размер – количественная характеристика.

Размерность – выражение в форме степенного одночлена в виде произведения символов основных величин в некоторых степенях с коэффициентами пропорциональности перед одночленом, равными единице. Степени символов могут быть положительными, отрицательными и дробными.

Пример:

$$dim(l) = L, dim(m) = M, dim(t) = T$$

Размерность основной величины совпадает с ее символом. Вторичные величины являются производными. Хотя размерность производной величины отражает зависимость от основной, формулы зависимости не дают полного представления о связи величины с другими величинами. В процессе образования производной величины, показатели степеней складываются, вычитаются или обращаются в нуль; в итоге формула размерности может приобретать довольно причудливый (лол) вид, из которого невозможно сделать вывод о природе величины. Пример:

$$dim(u) = L^2 M T^{-3} J^{-1}$$

На ограниченность формулы, содержащей размерности, указывает факт совпадения разных физических величин.

Например, в СГС длина - l, электрическая емкость - также l.

Изменение выбора совокупности основных величин, единиц и определенных отношений может коренным образом изменить формулы размерностей. Это взгляд на формулы выразил Макс Планк:

> *Ясно, что размерность физической величины не есть свойство, связанное с ее существом, но представляет собой просто условность, определенную выбором системы измерений.*

Существует и противоположное мнение. Другой физик связывает выбор размерностей с самой сущностью физических явлений. Этот физик не прав (ололо). Размерность зависит от способа построения системы величин и единиц.

В XIX-XX веках были разработаны и применялись различные системы физических величин: (Гаусса, СГС, СГСЭ, СГСМ, МКСА). Были предложены универсальные, которые были приняты за основные. Практическое значение этих систем заключается в упрощении некоторых уравнений физики (Планка).

В настоящее время рекомендована (в том числе и нормативными документами) международная система единиц **СИ (метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, кандела, моль)**. Достоинства СИ:

1 Универсальность.
2 Унификация для всех измерений.
3 Удобные для практики основные и большинство производных величин.
4 Когерентность (согласованность).
5 Разграничение единиц массы, силы.

Основоположники понятий размерности и теории размерностей были Ньютон и Фурье. Через сто лет после Ньютон Фурье в работе "Аналитическая теория теплоты (1822)"ввел два понятия, которые имеют важнейшее значение:

— Формула размерности.

— Однородность по размерности уравнений физики.

Как уже было сказано, для каждой физической величины может быть найдена формула размерности, основанная на формуле определения этой величины и показывающая ее связь с основными величинами.

Второе положение Фурье можно назвать принципом "Однородности по размерности". Физическое уравнение должно быть однородным по размерности. В любом члене уравнения показатели размерности должны быть одинаковыми.

Пример:

$$s = ut + \frac{at^2}{2}$$

$$s = 1; ut = \frac{L}{T}T = 1; \frac{at^2}{2} = \frac{L}{T^2}T^2 = 1$$

Принцип утверждает, что разнородные величины нельзя суммировать друг с другом. До настоящего времени существовали разногласия по вопросам:

сколько основных величин необходимо и целесообразно иметь?

какие величины считать основными?

2 Физическая экономика

Теория размерностей важна главным образом своей практической полезностью. Но немаловажным является и ее логические и философские аспекты. История науки подтверждает, что глубокое изучение этих аспектов приносит свои плоды.

2.1 Практическое использование теории размерностей

1. Проверка правильности формул Пример:

$$t_m = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Величина	Размерность
l	L
g	$\frac{L}{T^2}$
t_m	T

$$T = \sqrt{\frac{L}{L}T^2} = T$$

2. Сложные члены уравнений физики следует проверять по размерностям как на промежуточных этапах, так и в конечном результате. Это в сущности выявление алгебраических ошибок путем обнаружения неоднородностей по размерностям.

3. Нахождение коэффициента пересчета при переходе от одной системы величин к другой.

4. Обоснование поведения масштабных моделей и обобщение информации, получаемой из экспериментов на модели.

5. Помощь экспериментатору в выборе экспериментов, которые обеспечивают получение необходимой информации.

6. Получение частных решений задач, слишком сложных для решения обычными приемами мат. анализа.

Пример в общей форме:
$dim(N) = L \cdot a + M \cdot b + T \cdot c$
L_1, L_2
$L_1 = l \cdot L_2$
$M_1 = m \cdot M_2$
$T_1 = c \cdot T_2$
тогда: $N \cdot L_1^a \cdot M_1^b \cdot T_1^c = N \cdot (l \cdot L_2)^a \cdot (m \cdot M2)^b \cdot (c \cdot T2)^c$
$\Rightarrow$ коэффициенты пересчета: l, m, t :
$\frac{L_1}{L_2}, \frac{M_1}{M_2}, \frac{T_1}{T_2}$

Пусть N – физическая величина, размерность которой приведена в формуле Предположим, что в этой системе единиц единица длины – L1, а в другой – L2. Соответственно, соотношение между ними $L_1 = l \cdot L2$. Аналогично для остальных величин. Мы можем спокойно записать равенство. Таким образом, во второй системе единиц численные значения физической величины в $l^a \cdot m^b \cdot t^c$ больше, чем в первой.

Численный пример:
$q = 32.2$фут/с^2
$q = \frac{L}{T^2}$
$\Rightarrow q = 32.2 \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{T_1^{-2}}{T_2^{-2}} = 32.2 \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2}$

1фут = 30.48см

Поэтому

$l = \dfrac{L1}{L2} = 30.48\text{см}/1\text{см} = 30.48$

$t = \dfrac{T2}{T1} = 1\text{с}/1\text{с} = 1$

$\Rightarrow q = 32.2 \cdot 30.48 = 981\text{см}/\text{с}^2$

2.2 Относительные и логарифмические величины и единицы

Эти величины широко распространены в науке и технике. Относительная величина – безразмерное отношение физической величины к одноименной физической величине, принимаемой за исходную. Могут выражаться:

1. В безразмерных единицах.
2. В процентах 10^{-2}.
3. В промилле 10^{-3}.
4. В процентмилле 10^{-5}.
5. В милионных долях 10^{-6}.

При большом диапазоне измеряемых величин (откачка вакуумных приборов, давление меняется от атмосферного до 10^{-9} мм рт ст) если вместо больших чисел использовать их логарифмы, то диапазоны резко сокращаются. Умножение заменяется на сложение.

Логарифм. величина – логарифм безразмерного отношения двух одноименных физических величин (с основанием 10, 2, e). Единица логарифмической величины – 1 Белл (Б) – единица логарифмического уровня энергетической величины P2 или силовой величины F2 относительно начального уровня P1 или F1.

Энергетическими величинами называются: Энергия, Мощность, Плотность энергии.

Силовые: Напряжение, Сила тока, Давление, Напряженность поля.

На практике используют 1 дБ = 0.1 Б.

Для энергетических величин:

$1\text{дБ} = 10\lg\dfrac{P2}{P1} \quad \text{при } \dfrac{P2}{P1} = 10^{0.1} = 1.259.$

$\lg\dfrac{P2}{P1} = 0.1 \quad \Rightarrow \dfrac{P2}{P1} = 10^{0.1} = 1.259.$

Для силовых величин

$1\text{дБ} = 20\lg\dfrac{E2}{E1} \quad \text{при } \dfrac{E2}{E1} = 10^{0.05} = 1.112.$

Часто бывает необходимость перевода дБ в разы.

Например: $16\text{дБ} = 10\text{дБ} + 6\text{дБ} = 10\text{раз} \cdot 4\text{раза} = 40\text{раз}$

$27\text{дБ} = 30\text{дБ} - 3\text{дБ} = 1000\text{раз}/2\text{раза} = 500\text{раз}$

И еще немаловажное обозначение, советую запомнить. В радиотехнике часто используется логарифм отношения физической величины к ее опорному значению. В качестве опорных значений используют 1мВт, 1Вт; силовые – 1мкВ, 1В. Величины, выраженнае в логарифмических шкалах с опорными значениями, принято обозначать буквой L.

Водородный показатель pH представляет собой своеобразную логарфимическую величину. Он характеризует активность растворов электролитов, которая зависит от концентрации ионов водорода в растворе. Поскольку концентрация может меняться в широчайших пределах, пользуются логарифмической шкалой

$pH = -lg(N(H+))$ характеризует кислотность раствора, которая влияет на протекание многих химических реакций и биохимических процессов. Служит единицей измерения кислотности. Так как концентрация ионов водорода в воде (вода – химически нейтральный растовр) равна 10^{-7}, то для воды pH $= 7$. В кислых средах концентрация ионов водорода выше, чем в воде (10^{-6}), поэтому для кислых сред pH < 7. В щелочных средах концентрация ионов меньше, чем в воде (10^{-8}), поэтому – pH > 7. Приборы для измерения pH называются pH - метрами. В частности, я знаю предприятие СВЧ направленности, мощное, которое не гнушается разработкой и выпуском pH метров для медицины.

3 Моделирование

Метод моделирования представляет собой метод исследования свойств определенного объекта посредством изучения свойств другого объекта, более удобного для решения задач исследования и находящегося в определенном соответствии с первым объектом.

Свойство – сторона предмета, обуславливающая его различия или сходства с другими предметами и проявляющаяся во взаимодействии с ними (упругость, цвет). Всякое свойство относительно. Каждый предмет обладает бесчисленным количеством свойств, которые в единстве своем являют качество предмета. На техническом языке применительно к продукции говорят: свойство - это объективная особенность продукции, которая может проявляться при ее создании, эксплуатации или потреблении (ГОСТ 15467-79).

Качество – философская категория, выражающая неотделимую от бытия объекта его существенную определенность, благодаря которой он является этим, а не другим объектом. Качество – обективная характеристика объекта, обнаруживающаяся в совокупности его свойств. В технике качество продукции - совокупность свойств продукции, обуславливающих ее пригодность удовлетворять определенные потребности в соответствии с ее назначением.

В общетеоретическом смысле моделирование означает отображение или воспроизведение определенных свойств, точнее определенных сторон действительности для изучения интересующих исследователя объективных закономерностей. Соответственно, и **метод моделирования** – это метод опосредованного познания объективной реальности, которая проявляется в виде взаимосвязанной совокупности свойств объекта. Эта совокупность отражает его, то есть объекта, различные аспекты, взаимодействия с внешней средой, аспекты существования и развития

При решении практических задач в общем случае под **моделированием** понимают изучение моделируемого объекта (оригинала), которое базируется на взаимнооднозначном соответствии определенной части сторон или свойств оригинала и замещающего его при исследовании объекта (модели). Это изучение включает в себя:

1. Построение модели
2. Ее изучение
3. Перенос свойств (полученных сведений) на оригинал

Моделирование – замещение одних объектов другими, которое обеспечивает фиксацию наиболее существенных свойств и особенностей замещаемых объектов. В теории моделирования под оригиналом понимается объект, определенные свойства которого (аспекты) подлежат изучению методом моделирования. В общем случае понятие оригинала может иметь достаточно широкую интерпретацию, охватывающую как реально существующие, так и проектируемые объекты (системы, подсистемы), явления, процессы, происходящие в них.

Под **моделью** обычно понимают вспомогательный объект, находящийся в определенном соответствии с изучаемым объектом (оригиналом) и более удобный для решения задач конкретного исследования, отражая определенные особенности поведения объекта оригинала, модель имеет некоторые идентичные черты с оригиналом и служит для получения такой информации о нем, которую затруднительно или невозможно получить путем непосредственного изучения (исследования) оригинала.

Интуитивное представление о модели чаще всего ассоциируется с техническими средствами, которые применяются для построения соответствующего эквивалента объекта исследования, в том или ином смысле адекватного ему, но практически более удобного для решения поставленных задач. Однако понятие модели принципиально существенно шире, а именно, функции модели может выполнять не столько созданная специально экспериментальная установка, но и:

1. Наблюдаемое явление
2. Символическое (знаковое) описание оригинала (текстовое, чертеж, схема, математическое уравнение)
3. Мыслимый образ

и т.п.

Поэтому в общем случае модель – это явление, техническое устройство, знаковое образование или иной условный образ, которые находятся в определенном соответствии (сходстве) с изучаемым объектом (оригиналом) и способные замещать оригинал, давая о нем необходимую информацию. Не существует моделей вообще. Модель всегда находится в определенном соотношении с конкретным изучаемым объектом, явлением или процессом.

Нельзя назвать моделью установку или математическое выражение, для которых отсутствует адекватная физическая реализация.

Первое условие существования модели – (не говорить про существование модели) возможность отображения некоторой объективно реальной, либо потенциально реализуемой.

Второе условие – (никогда не говорить про существование модели) наличие определенных правил установления взаимнооднозначного соответствия между моделью и оригиналом.

Большая простота и наглядность модели при отображении с некоторой полнотой и достоверностью той определенной части свойств оригинала, которая существенна именно в данном исследовании и при данной постановке задачи. Первоначально в процессе создания модель выполняет преимущественно отображающие функции, то есть отражает определенную часть свойств оригинала. Далее при проведении исследований модель преимущественно реализует функции, имеющие прогностический характер. То есть функции предсказания по результатам моделирования особенностей поведения оригинала в ситуациях иных, нежели те, на основании которых строилась модель. При этом сведения, полученные посредством моделирования, объективно представляют собой сведения о свойствах самой модели, которая становится самостоятельным объектом исследования. Эти сведения должны быть перенесены на оригинал с целью предсказания его свойств или характеристик на основе определенных правил перехода от параметров, характеризующих модель к параметрам, характеризующим оригинал. Этими правилами (перехода) являются правила установления взаимооднозначного соответствия между оригиналом и моделью. При разработке таких правил и способов их реализации, понятие оригинала и модели рассматриваются в органическом единстве. Это и обуславливает необходимость конкретизации понятия модели в соотнесении с адекватной физической реализацией - оригиналом.

Среди **признаков модели** можно выделить главнейшие:

1. Закон функционирования и характерные особенности выражения свойств и отношений оригинала.

2. Основания для преобразования свойств и отношений модели в свойства и отношения оригинала.

По первому признаку различают логические, материальные. **Логические** – по законам логики в сознании человека. **Материальные** – по законам природы.

Понятие подобия заимствовано из геометрии. В общем случае подобие – такое взаимооднозначное соответствие между сопоставляемыми объектами (процессами), при котором функции или правила перехода от параметров, характеризующих в том или ином смысле один из объектов к параметрам в том же смысле характеризующих другой объект. Эти правила известны, а математические описания, если они имеются или могут быть получены, допускают их преобразование к тождественному виду.

С точки зрения адекватности физической природы подобных явлений, различают два вида подобия: **физическое** и **математическое**.

Физическое достигается при одинаковой природе подобных явлений. В общем случае при физическом подобии механическим процессом ставится в соответствие механический же процесс, электрическим - электрический.

Математическое подобие требует соответствие сходственных параметров сравниваемых процессов различной физической природы.

Теория подобия – это теория, дающая возможность устанавливать наличие подобия или позволяющая разработать способы получения его. Соотношение между моделью и оригиналом, выявляемые теорией подобия, могут быть различными, а именно:

1. в виде простых масштабных соотношений, которые показывают, во сколько раз тот или иной элемент больше или меньше соответствующего элемента оригинала

2. в виде сложных функциональных зависимостей групп параметров сопоставляемых объектов (например, критерии подобия при определенных условиях численно одинаковы для всех подобных процессах). В ряде случаев такие зависимости могут и не иметь представлений в явной математической форме. Например, при проверке действия лекарственного препарата, предназначенного для человека, на животных. Последние в этом случае являются моделью оригинала.

4 Подобие

Основной характеристикой подобных объектов являются **критерии подобия**, с помощью которых устанавливаются критерии взаимооднозначного соответствия модели и оригинала. В наиболее широко распространенном случае критерии подобия – это идентичные, т.е. одинаковые по форме алгебраические записи и равные численно для подобных объектов. безразмерные степенные комплексы (произведения или отношения) определенных групп параметров, характеризующих эти объекты. Критерии подобия могут быть установлены и в тех случаях, когда математическое описание объекта известно и когда оно неизвестно. Необходимое и достаточное условие объекта могут быть систематизированы в виде трех теорем и дополнительных условий, причем первые две теоремы определяют необходимые, а третья - необходимые и достаточные условия подобия.

4.1 Первая теорема подобия

Явления, подобные в том или ином смысле (полно, приближенно, физически, математически), имеют определенное сочетание параметров (критериев подобия), численно одинаковые для подобных явлений. Теорема Ньютона.

Иначе, первая теорема утверждает, что для подобных явлений существуют одинаковые критерии подобия, то есть идентичные по форме записи и равные численно безразмерные степенные комплексы определенных групп физических факторов, характеризующих эти явления. При этом в случае приведения уравнения процесса к безразмерному виду, критериями подобия могут быть безразмерные отношения членов уравнения. Число критериев подобия в этом случае на единицу меньше числа членов уравнения.

4.2 Вторая теорема подобия

Всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено функциональной зависимостью между критериями подобия, полученными из участвующих в процессе параметров. Вторая теорема указывает, что критерии подобия можно найти при отсутствии дифференциального уравнения процесса на основе анализа размерностей физических величин, участвующих в этом процессе.

Различают физические величины **однородные, одноименные и безразмерные.**

Однородные – это физические величины, имеющие одинаковые размерности и одинаковый физический смысл, то есть отличающиеся лишь значениями.

Одноименные – это ФВ, имеющие одинаковую размерность, но различный физический смысл.

Безразмерные – ФВ, значение которых не знависит от выбора систем единиц.

При этом зависимость между критериями подобия – это зависимость, связывающая безразмерные величины, которые определенным образом получены из учавствующих в процессе параметров. Существенно также то, что согласно выводам пи-теоремы переход к безразмерным соотношениям позволяет распространить результаты расчетного или экспериментального исследования на целый ряд подобных явлений. Пи теорема позволяет заменять переменные, сократив их число с m до m-k значений, и тем самым записывать уравнение процессов в так называемой критериальной форме. При этом упрощается обработка аналитических и экспериментальных исследований, так как связи между критериями подобия выявляются как правило легче, чем между именованными величинами.

Пи теорему часто формулируют так: *если имеется физически значимое выражение, включающее в себя n физических переменных, и эти переменные описываются при помощи k независимых фундаментальных физических величин, то исходное выражение эквивалентно выражению, включающему множество из $p = n$-k безразмерных величин, построенных из исходных переменных.* Это позволяет вычислять множество безразмерных величин по данным физическим значениям, даже если неизвестно выражение, связывающее эти значения. Способ выбора множества безразмерных параметров не единственный: ПИ-теорема демонстрирует, как это можно сделать, но не обеспечивает, что полученные параметры будут наиболее «физически значимыми».

ПИ теорема позволяет определить критерии подобия и в том случае, когда неизвестно математическое описание процесса. Любую функциональную зависимость, полученную из эксперимента или расчетным путем, имеющую в размерных величинах F(P1,P2..Pm) = 0 можно представить как зависимость F(pi1, pi2, pim-k) = 0. P - независимые безразмерные величины. k - их количество.

Возможно установить критерии подобия и тогда, когда вид аналитической функциональной зависимости между параметрами pi неизвестен, а это означает, что создаются предпосылки для представления данных эксперимента по исследованию некоторого физического процесса в обобщенной форме и распространение таким образом результатов единичного эксперимента на группу или класс подобных процессов. Из сказанного следует, что для обеспечения максимальной эффективности экспериментального исследования (ний), его необходимо организовать так, чтобы можно было определить критерии подобия и представить полученные результаты функцинальной зависимостью вида F(pi) = 0.

Такой подход позволяет при ограниченном числе экспериментов дать оценку хода процесса или поведения системы при разных состояниях параметров и получить ответы на дополнительные вопросы, которые могут возникнуть после эксперимента. F(pi) = 0 - **критериальное уравнение**.

Физические процесс может отражаться функцией m-k безразмерных соотношений (критериев подобия). Всякое уравнение, дающее связь между m учавствующими величинами, которые представлены в критериальной форме, будучи разрешенным относительно какого-либо критерия подобия позволяет выразить его как функцию pi1 = Ф(pi2...pim-k) – так же критериальное уравнение. Разработано несколько **методов определения критериев подобия**. Метод исключения размерностей, симплексный метод, комбинированный.

Наиболее простой – метод исключения размерностей. Процедура использования начинается с установления размерностей всех определяющих величин в некоторой системе единиц. (тут он нарисовал RLC контур с синусоидальным генератором) При подключении к RLC синусоидального напряжения определяющими величинами являются i,u,r,C,L1,t,w

1. Установление размерностей в СИ
$[i] = I$
$[u] = L^2MT^3I^-1$
$[r] = dimr = L^2MT^3I^-2$
$[t] = T$
$[w] = T^-1$

4.3 Третья теорема подобия

Теорема формирует условия, необходимые и достаточные для практической реализации подобия. Она формулируется следующим образом: Для подобия явлений должны быть соответственно одинаковыми критерии подобия, и подобны условия однозначности. Необходимыми и достаточными условиями для создания подобия являются пропроциональность сходственных параметров, входящих в условия однозначности и равенство критериев подобия составляющих явлений. При этом под определяющими критериями понимаются критерии, которые содержат те параметры процессов и системы, которые в данной задаче можно считать независимыми (время, длина). Под условиями однозначности понимаются группы параметров, значения которых заданы в виде чисел и функциональных зависимостей, выделяют из всего многообразия явлений данного вида конкретные явления.

5 Моделирование и основные виды моделирования

Моделирование – получение модели, способной замещать реальный объект в нужных исследователю отношениях, а также оперирование этой моделью с целью получения необходимой информации об объекте.

Классификация – классис (разряд) – система соподчиненных понятий, классов, объектов в какой-либо области знаний или деятельности, часто представляемая в виде различных по форме схем (таблиц). Классификация используется как средство установления связей между понятиями или классами объектов, а также для точного ориентирования в многообразии понятий или соответствующих объектов

Классификация должна фиксировать закономерные связи между классами объектов с целью определения места объекта в системе, которое указывает на его свойства. В этом аспекте классификация служит средством хранения и поиска информации, которая содержится в ней самой. Например, таблица Менделеева. Или классификация наук.

Другая задача – проведение эффективного поиска информации или каких-либо объектов, которые содержатся в специальных хранилищах. Пример – универсальная десятичная классификация.

Классификация содействует движению науки и техники со ступени эмпирического познания на уровень теоретического синтеза системного подхода. Такой подход возможен лишь при условии теоретического осмысливания многообразия фактов. Практическая необходимость в классификации стимулирует развитие теоретических аспектов науки или техники. А создание классификации является качественным скачком в развитии знания. Она представляет собой в развернутом виде картину состояния науки или ее фрагментов и позволяет делать обоснованные прогнозы относительно неизвестных закономерностей или фактов.

Иногда термином классификация обозначают процесс разнесения объектов по классам. Но в этом случае правильно пользоваться термином **классифицирование**. Основным принципом классифицирования является сравнение рассматриваемых объектов с заданными образцами или эталонными представителями классов. Лежит в основе алгоритмов автоматического классифицирования документов или фигур.

Ранее были также определены два условия существования моделей:

1. Возможность отображения некоторой объективно реальной или потенциально реализуемой ситуации.

2. Наличие определенных правил установления взаимооднозначного соответствия между моделью и оригиналом.

Теперь на основе рассмотрения общих признаков представим основные виды моделирования и, соответственно, моделей.

Моделирование: Мысленное, Материальное

1. Мысленное: идеально-теоретическое, аналитическое, математическое мысленное (алгоритмы и программы)

2. Материальное: натурное (производственное и обобщение натурных данных); физическое; математическое (аналоговое, цифровое, алгоритмы).

В зависимости от способа материальной реализации моделирование подразделяется на мысленное и материальное К математическим мысленным моделям можно отнести алгоритмы и программы для ЭВМ, которые в условных знаках отражают определенные процессы, описанные дифференциальными уравнениями, которые положены в основу алгоритмов. **Натурное моделирование** – это исследование на "натуре"то есть в природе при специально подобранных подобных условиях. При натурном моделировании в объект исследований не вносят специальных изменений.

К натурному моделированию относят **производственное моделирование**, которое отвечает задачам производства, его развитию и совершенствованию. Возникнув как метод опытного исследования из опытного производства, производственный эксперимент применяется наряду с научным экспериментом. Он является составной частью и одной из форм научного исследования.

Производственный эксперимент обладает диалектической двойственностью. А именно, прямой зависимостью от производственного процесса и непосредственным соприкосновением с наукой и ее методами исследования.

Обработка и обобщение натурных данных, то есть сведений о явлениях и отдельных процессах в природе с целью построения соответствующих моделей применяется, например, при прогнозе, диагнозе динамики изменения берегов рек, морей. При этом для малоизученных участков побережья используют данные о других исследованных участках берегов, физически подобных первым. Участки, данные о которых заносят в специальные альбомы, позволяют на основе критериев подобия подобрать подходящую модель и пересчитать, с учетом масштабов происходившие изменения, прогнозируя по прошлому будущее. Их, эти участки, называют природными моделями. **Физическое моделирование** характеризуется тем, что исследования проводятся на установках, обладающих физическим подобием, то есть сохраняющих полностью или частично природу явления. Пример физического моделирования: поведение электрогенератора при длительной работе на потребителя, который эквивалентен последовательному соединению резистора и конденсатора. Непосредственное подключение потребителя к генератору невозможно. Тогда потребитель замещается электрической цепью. В этом случае замещение оригинала моделью позволяет фиксировать существенные свойства оригинала.

Материальное математическое моделирование – это замещение оригинала математической моделью, которая обеспечивает фиксацию и исследование свойств и отношения оригинала а также переход к оригиналу с помощью математических методов. Разновидностью математического моделирования является аналоговое. Часто аналоговое моделирование выделяют отдельно.

Аналогия – это сходство различных объектов по некоторым признакам. Основное значение аналогии состоит в возможности переноса сведений с одного объекта на другой (аналог) на основании умозаключений по аналогии. Умозаключение по аналогии основано на предположении существования тождественного в различном. Умозаключение по аналогии является основой аналогичного моделирования. Аналогия имеет большое общенаучное значение. Прежде всего она используется для придания наглядности сложным явлениям или объектам при их изучении. Хорошо известна положительная роль аналогии электрического тока с движением жидкости. Также аналогии используются при формировании понятий и для иллюстрации. Примеры понятий по аналогии – теплоемкость, ЭДС, ЗУ. Аналогия может служить и как источник научных идей и как активизатор мышления. Простые соотношение привели Пьера Ферма к формулировке ВИЛИКОЙ ТИАРЕМЫ ОЛОЛОЛО теории чисел. Согласно этой теореме уравнение $(x^n + y^n = z^n)$ при n>2 не имеет целых положительных решений. Справедливость теоремы доказана для n $<=$ 100. В общем виде до сих пор не доказана.

Аналоговое моделирование используется при сравнительно слабой изученности оригинала, когда имеющиеся сведения о свойствах оригинала носят только качественный характер. Как мысленное, так и материальное моделирование может быть **детерминированным и стохастическим.** Детерминированные – процессы с однозначно определенными причинами и следствиями. Стохастические процессы имеют вероятностный характер. Стохастические системы - это системы, в которых изменение параметров происходит беспорядочно. Однозначно предсказать поведение таких систем на основе их изучения затруднительно. Можно лишь говорить о вероятности поведения того или иного типа. В соответствии с природой изучаемого процесса, детерминированного или стохастического строятся **"жесткие"или вероятностные** модели. Жесткая строится без использования статистических вероятностных определений. Для описания стохастических процессов, когда решение принимается в условиях неопределенности, применяются вероятностные модели, которые строятся с использованием теории вероятностей и математической статистики.

6 Математическая статистика

Математическая статистика – это наука о математических методах систематизации, обработки и исследования статистических данных для научных и практических выводов. Математическая статистика изучает множество объектов, называемых **статистическими совокупностями**, в частности, распределение признаков по объектам или группам объектов.

Одна из центральных задач математической статистики – описание этого распределения для большой статистической совокупности выборки, которая случайно выбирается из генеральной совокупности. Теоретическая основа математической статистики - теория вероятностей. И эта связь базируется в большой степени на законе больших чисел.

6.1 Триада (дополнение к математическому моделированию)

Бурное развитие техники чрезвычайно продвинуло вперед оба пути делания науки, а именно, теоретический и экспериментальный и дало новую технологию научной работы в виде **математического моделирования**.

Оно подразумевает в первую очередь изучение процессов, их приближенное описание на языке математических уравнений. Естественно, что составная часть математического моделирования – это **математическая модель.** В общем случае математическая модель – это совокупность математических объектов, а именно, чисел, переменных, векторов, множеств и т.п. и отношений между ними, которые адекватно отражают некоторые свойства оригинала (системы уравнений). Математическое моделирование в своем развитии имеет тенденцию стать интеллектуальным ядром информационных технологий. В сущности, всего процесса информатизации общества. Впрочем, современное общество уже принято называть **информационным.**

Математическое моделирование можно разделить на три этапа:

(модель) — (программа) — (алгоритм)
(объект)

На первом этапе выбирается или строится эквивалент объекта, который отражает в математической форме важнейшие его свойства, т.е. законы, которым он подчиняется, а также связи между его частями. Далее математическая модель, или ее фрагменты исследуются теоретическими методами, что позволяет получить важные предварительные знания об объекте. Иногда помогают априорные знания.

Второй этап – выбор или разработка алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов. Определяется последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью.

На третьем этапе создаются программы, переводящие модель и алгоритм на доступный компьютеру язык. Их можно назвать электронным эквивалентом изучаемого объекта. Этот электронный эквивалент уже пригоден для непосредственного испытания на экспериментальной установке, которой является компьютер. Создав триаду, исследователь получает универсальный, недорогой и гибкий инструмент, который в начале отлаживается и испытывается в пробных вычислительных экспериментах.

Триада может изменяться в обе стороны до тех пор, пока не будет получено согласие с контрольными натурными экспериментами. Когда эксперимент очень дорог или опасен, то в этом случае речь может идти о сравнении с серией подобранных аналитических решений. После того, как адекватность удостоверена, с моделью проводят разнообразные опыты, в результате которых определяют все требуемые свойства объекта. Процесс моделирования сопровождается улучшением и уточнением, при необходимости, всех звеньев триады.

Математическое моделирование сыграло большую роль в решении ядерной и космической программ СССР и США. Ракеты летали и бомбы взрывались сначала в чреве ЭВМ. Дальнейшее математическое моделирование требует возрастания мощности вычислительных средств. Для этого увеличивают число процессоров в компьютере. Уже существую компьютеры с тысячами процессоров. Ожидается, что в будущем это число возрастет до миллионов. Кроме увеличения числа процессоров, необходима переработка уже имеющихся алгоритмов, так называемое распараллеливание или создание новых эффективных алгоритмов. Использование суперкомпьютеров и распараллеливание алгоритмов позволяет повышать производительность вычислений, а следовательно и точность, в порядки раз. Постоянное совершенствование триады и ее внедрение в информационные системы - это методологический императив (постоянное требование). Ибо математические модели универсальны.

Математическое моделирование было использовано при оценке последствий обмена ограниченными ядерными ударами (атака на города). Была произведена оценка климатических изменений. Мощные пожары в результате взрывов ядерных бомб будут сопровождаться выбросами огромного количества сажи (до 1 тонны сажи на тонну тротилового эквивалента). Это значит, что атака суммарной мощностью 100 мегатонн (1% от общего боезапаса) приведет к попаданию 10^8 степени сажи. Такая степень задымленности в несколько десятков раз уменьшит поток солнечного света у подстилающие поверхности земли. В моделях мгновенно изменялись соответствующие характеристики атмосферы над наиболее вероятными районами возможного ядерного конфликта и прослеживалась динамика климатических величин. Главный эффект – это быстрое и исключительно сильное охлаждение воздуха над континентами. Даже в случае использования только одного процента ядерного боезапаса, средняя температура у подстилающей поверхности через несколько дней (неделю) упадет на 15 градусов Цельсия. Средняя температура более высоких слоев, наоборот увеличится. Образующаяся температурная инверсия чрезвычайно стабильна: холодное внизу, теплое вверху и сохраняется в течение многих месяцев. Подобное развитие событий представляет собой глобальную катастрофу.

6.2 Кибернетический подход к эксперименту

Теория подобия и моделирования, по сути является основой методологии эксперимента. Постановка эксперимента, обработка его результатов, распространение данных одного эксперимента на группу подобных явлений осуществляется с помощью руководящих положений теории подобия и моделирования. Теория подобия развивалась в двух направлениях (в основном): Первое направление – обработка данных.

Методика расчета и построения достоверных характеристик на основе опытных данных, неизбежно сопровождающихся погрешностями (разброс опытных точек). При обработке результатов измерений учитывается их статистический характер и обеспечивается наилучшее приближение к истинным значениями параметров. В рамках второго направления, называемого теорией планирования эксперимента, развиваются методы повышения эффективности эксперимента, перехода от однофакторного к многофакторному эксперименту и методы оптимизации эксперимента. Планированием эксперимента можно назвать процедуру выбора числа и условий проведения опытов, которые необходимы и достаточны для решения поставленной задачи с требуемой точностью.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям.

Один из возможных путей повышения эффективности эксперимента – применение математических методов, построение математической теории планирования эксперимента. Основоположником математической теории эксперимента считают английского математика Фишера.

Математическая статистика начала вторгаться в проведение эксперимента и в настоящее время планирование эксперимента трудно себе представить без математических методов. Круг задач, для решения которых может использоваться планирование эксперимента, весьма широк: поиск оптимальных условий, нахождение интерполяционных формул, выбор существенных факторов, оценка и уточнение теоретических констант, выбор наиболее приемлемой из некоторых совокупностей модели, исследование диаграмм состав-свойство. В теории эксперимента **фактором** называют способ воздействия на оптимизируемый объект. *Построение интерполяционной модели* – это задача математического описания некоторого множества фиксированных ситуаций.

Говоря кратко, задача планирования эксперимента – это задача выбора необходимых опытов, методов математической обработки их результатов и методов принятия решений. Частный случай этой задачи есть планирование экстремального эксперимента, то есть такого, который ставится с целью поиска оптимальных условий функционирования объекта. Планированием экстремального эксперимента обеспечивается выбор минимального числа опытов, необходимых для отыскания оптимальных условий.

6.3 Исходные понятия теории планирования эксперимента.

Для описания объектов исследования (физических процессов, явлений, РЭС) используют представление о некоей кибернетической системе, которую называют **черным ящиком.**

– y – численные характеристики цели исследования (параметры оптимизации, выход черного ящика)

– x – способы воздействия на черный ящик называют факторами (входы черного ящика, входные параметры)

Факторы можно разбить на три группы:

– x_1, x2... можно изменять и измерять, поддерживая некоторый уровень исследуемого процесса или состояние черного ящика.

– Контролируемые, но неуправляемые $y1, y2...$

– Неконтролируемые и неуправляемые.

Чаще всего работают с факторами первой группы, однако всегда надо помнить о влиянии факторов второй, третьей группы, причем существенном. Обычно этими факторами являются:

– Внешние воздействия (температура, влажность окружающей среды, ускорение, вибрации)

– Внутренние условия (расход охлаждающей жидкости, давление внутри блока)

– Физические параметры конструкции и материалов.

Выходные величины (параметры оптимизации) называют **функциями отклика** $y = f(x_1, x_2..)$. Как правило, в качестве функции отклика берется наиболее характерный показатель протекания процесса или состояния объекта. Для конструкции РЭС это может быть средняя температура перегрева, ускорение вибрации и т.д. Для ТП это может быть % выхода годных.

Каждый фактор может принимать в опыте одно или несколько значений. Эти значения называют **уровнями**. На практике всякий фактор имеет определенное число уровней, что облегчает построение черного ящика и эксперимента. Фиксированный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний черного ящика при проведении опыта. Число различных состояний можно определить значением p^k, где p – число уровней, а к – число факторов.

Реальные объекты таким образом обладают огромной сложностью. Перебор всех состояний и опытов практически невозможен. Поэтому необходимо планирование эксперимента. При этом необходимо выполнять два условия:

– Воспроизводимость опыта, то есть результатов

– Управляемость объектом исследования

Названные требования – требования к активному эксперименту. На практике на объект действуют как управляемые, так и неуправляемые факторы. Неуправляемые факторы могут приводить к невоспроизводимости опытов, эксперимент становится активно-пассивным и выполняется по другим правилам.

Планирование экстремального эксперимента означает:

– Выбор, контроль и управление управляемыми факторами.

– Контроль за неуправляемыми факторами.

– Выбор методов математической обработки результатов.

– Принятие решений.

Экстремальный эксперимент – поставленный с целью поиска оптимальных условий функционирования объекта. Цель эксперимента должна быть сформулирована очень четко и допускать количественную оценку.

Количественную оценку цели принято называть **параметром оптимизации.** Параметр оптимизации является реакцией или откликом на воздействие факторов. Действие в эксперименте зависит от вида параметров оптимизации, которые могут быть весьма разнообразными, в зависимости от объекта и цели исследования. В реальности параметров может быть достаточно много и достижение даже нескольких – трудно решаемая задача. В принципе каждый объект может характеризоваться всей совокупностью параметров или одним из этой совокупности. Движение к оптимуму возможно, если выбран один единственный параметр оптимизации, когда прочие характеристики уже не выступают в качестве параметров оптимизации, а служат ограничениями.

Выбор параметра оптимизации может быть обусловлен эффективностью достижения цели. Так как по параметру оптимизации мы хотим оптимизировать процесс, то к нему предъявляются серьезные требования:

1 Параметр оптимизации должен быть количественным и задаваться числом. Его необходимо измерять при любой возможной комбинации выбранных факторов. Если нет приборов для измерения, то используют ранговый подход. При этом параметрам оптимизации присваивают ранги при заранее выбранной шкале (2, 5, 10 бальной). **Ранг** – количественная оценка субъективного характера.

2 Параметр должен выражаться одним числом.

3 Однозначность в статистическом смысле, то есть заданному набор значений факторов должно соответствовать одно значение параметра оптимизации с точностью до ошибки эксперимента.

4 Параметр оптимизации действительно должен оценивать эффективность функционирования объекта в заранее выбранном смысле.

5 Параметр оптимизации должен быть универсальным, то есть характеризовать объект со всех сторон. Универсальностью обладают обобщенные параметры оптимизации.

6 Параметр оптимизации должен иметь физический смысл, быть простым и легко вычисляемым. Требование физического смысла связано с последующей интерпретацией результатов эксперимента.

Необходимо учитывать также область исследования, например, экономические параметры легче представляются простыми функциями, чем физико-химические. Неслучайно методы линейного программирования, основанные на простых моделях, получили широкое распространение в экономике. Случай с одним параметром – наиболее простой в реализации, но на практике их может быть несколько. Выбор осуществляется на основе корреляционного анализа, при этом между возможными парами параметров вычисляют коэффициент парной корреляции. Исходные данные для расчета коэффициента представляют в таблице.

N	x	y
1	x_1	y_1
. . . u	. . . x_k	. . . y_k

Коэффициент вычисляется по формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_k - x') \cdot (y_k - y')}{\sqrt{\sum (x_k - x')^2 \cdot (y_k - y')^2}}$$

$x' = \dfrac{\sum x_k}{N}$
$y' = \dfrac{\sum y_k}{N}$
значения r_{xy} могут быть в пределах (-1...+1).

Если с ростом значения одного параметра возрастает значение другого, у коэффициента будет знак плюс, иначе - минус. Чем ближе r_{xy} к единице, тем сильнее значение одного параметра зависит от значения другого параметра. То есть между такими параметрами существует линейная связь. r_{xy} является показателем тесноты и направления корреляционной связи двух случайных переменных. При отсутствии корреляции $r_{xy} = 0$. Если связь между двумя переменными линейна и функциональна, то $r_{xy} = \pm 1$.

При линейной связи между параметрами можно рассматривать один из них, но при этом надо помнить, что r_{xy} как мера тесноты связи имеет четкий математический смысл только при линейной зависимости между параметрами и в случае нормального их распределения.

Для проверки значимости коэффициента парной корреляции, надо сравнить его значение с табличным **(критическим)**. Критическое значение по сути есть эталон, а математическая статистика занимается и созданием таких эталонов, которые называются критическими значениями. Обычно они сводятся в таблицу и процедура сравнения значений с табличным – **проверка гипотезы.**

число степеней свободы f	критическое значение r при $a = 0.05$
1	0.997
2	0.950
. . . 10	. . . 0.576
100	0.195

Число степеней свободы в статистике определяют как общее число измерений за вычетом числа оценок уже рассчитанных по этим измерениям и применяемых при расчете рассматриваемой характеристики. Для пользования этой таблицей надо знать:

1 Число степеней свободы. Определить степень свободы нужно, чтобы связать число опытов N с таблицей. $f = N - 2$. Потому что в формуле расчета r участвуют две величины x и y. Таким образом, f – первая величина, от которой зависит "критическое значение". О такой величине говорят, что она служит "входом"в таблицу.

2 Выбрать определенный уровень значимости (a = 0.005) – пятипроцентный уровень риска, что соответствует вероятности правильного ответа при проверке гипотезы. $P = 1 - 0.05(1 - a)$.

Это значит, что только в 5% случаев возможна ошибка при проверке гипотезы. 5% уровень риска применим наиболее часто. λ - это другой вход в таблицу, мера наших требования к ответу.

Опыт статистики показал, что на практике $\lambda = 5\%$ нормально. Уравнение значимости – вероятность практически невозможных событий. Возможны ситуации, в которых требуется однопроцентный уровень риска. При этом возрастает надежность ответа.

Проверка гипотезы сводится к сравнению абсолютной величины коэффициента корреляции с критическим значением. Если экспериментальное значение r < критического, то нет оснований считать, что имеется тесная связь между параметрами, а если коэффициент корреляции $\geq$ критическому, то гипотеза о корреляционной связи не отвергается. При высоком значении r любой из двух анализируемых параметров можно исключить из рассмотрения, как не содержащий дополнительной информации. Исключить можно тот параметр, который технически измерен или тот, физический смысл которого не очень ясен.

При планировании эксперимента целесообразно:

– измерять все параметры;

– оценить r между ними;

– строить модели для минимально возможного числа параметров или же воспользоваться "обобщенным параметром".

Следует учесть весьма специфический характер статистической терминологии.

Часто говорят: "Обработка результата эксперимента и проверка соответствующей гипотезы показали, что между случайными величинами нет корреляции или что имеется линейная корреляция". Оба эти выражения не совсем точны. Дело в том, что корреляция могла оказаться несущественной (статистики говорят "незначимой") вовсе не потому, что такова природа вещей, а просто потому, что было поставлено мало опытов и практически существующая связь не успела проявиться. Следовательно, осторожность в употреблении терминов вовсе не лишняя. Могут также фиксироваться **ложные корреляции**.

`Известный пример` – "аисты приносят детей". В течение 73 лет в Стокгольме фиксировали число новорожденных и регистрировали число аистов. Таким образом, дело не только в том, чтобы вычислить r, а в том, чтобы найти именно те переменные, которые надо знать.

6.4 Факторы

Ранее факторы – способы воздействия на объект. Чаще фактор – переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение. Фактор считается заданным, если вместе с его название дана область определения. Под областью определения понимают всю совокупность значений, которые может принимать фактор. Область определения может быть непрерывной или дискретной. В практических задачах область определения, как правило, ограничена множеством дискретных уровней.

Факторы делят на **количественные и качественные.**

Качественные – разные вещества, технологические процессы, аппараты и т.п.

Количественные – время реакции, температура, концентрация регаирующих веществ и т.д.

К факторам предъявляют следующие требования:

– факторы должны быть управляемыми, в этом особенность активного эксперимента. Планировать активный эксперимент можно тогда, когда можно измерить уровень факторов.

– чтобы точно определить фактор, нужно указать последовательность действий, с помощью которых можно установить определенный конкретный уровень.

В этом случае фактор называется **операциональным**. Если фактором является давление в некотором аппарате, то необходимо указать, в какой точке и с помощью какого прибора это давление измеряется и как устанавливается.

Введение операционального определения однозначно указывает на данный фактор. С операциональным определением фактора связан выбор размерности фактора и точность его фиксирования.

Иногда выбор размерности становится проблемой, особенно в новых экспериментах. Иногда даже меняют измерительные шкалы, чтобы упростить эксперимент.

– точность измерения должна быть максимально возможной.

– факторы должны быть однозначными

Трудно управлять фактором, который является функцией других факторов. Но иногда в экспериментах участвуют сложные факторы. В этих случаях используют специальные процедуры для учета воздействия таких факторов.

Требования к совокупности факторов.

В эксперименте может меняться одновременно несколько факторов. В этих случаях – следующие требования к их совокупности:

– совместимость факторов (все комбинации осуществимы и безопасны). Несовместимость может проявляться на границах областей. Чтобы избавиться от несовместимости, уменьшают область определения.

– независимость факторов (отсутствие корреляции), однако требование некоррелированности факторов не означает, что между значениями факторов нет связи. Достаточно, чтобы связь не была линейной.

– выбранное множество факторов должно быть полным. Выбор факторов должен быть достаточно полным. Выбор факторов – ответственный этап при планировании эксперимента. От удачного выбора зависит успех оптимизации эксперимента.

6.5 Графические способы представления экспериментальных данных

6.5.1 Статистический ряд и его характеристики

Результаты эксперимента представляют собой совокупность случайных величин, которая не может дать представление о распределении. Необходима предварительная обработка.

Простой и наглядной первичной формой представления является ряд

$mm_1m_2m_3...m_n$ $xx_1x_2x_3...x_n$

x – значения, которые величина принимает в эксперименте (статистический вес). Таблица для непрерывного распределения строится аналогично случаю дискретного распределения, вместо дискретных значений x используются интервалы в порядке вдоль оси Ox. В этом случае – **интервальные случайные величины**. Часто за величину интервала принимают его середину. Если значение случайно величины находится в точности на границе двух интервалов, можно считать его принадлежащим в равной степени к обоим интервалам и прибавлять к частотам m+0.5

Практика показала, что при достаточно большом числе наблюдений, число интервалов берут 10...20. Длины интервалов проще брать одинаковыми. При формировании данных о величинах, распределение крайне неравномерно, в области наибольшей плотности распределения интервалов следует выбирать более узкие, а в области малой плотности – пошире.

В случае неодинаковой длины интервалов, удобнее пользоваться не абсолютной, а относительной величиной интервалов. Причем относительная величина интервала определяется значением $wi = \frac{m_i}{n}$.

m_i – частота,

n – общее число наблюдений. Сумма по wi = 1.

Статистический ряд часто оформляют в виде кривых распределения случайно величины x. Наиболее распространенные графики: полигон, гистограмма, кумулята, огива, поле корелляции.

Куммулятивная кривая применяется для изображения экспериментальных параметров с накоплением частот. Часто кумуляту называют интегральной кривой. Накопленная частота каждого значения параметра получается суммированием частот всех предшествующих значений.

Агива строится аналогично кумуляте, но на ось абсцисс наносят накопленные частоты, на ось ординат – значение параметра.

6.5.2 Поле корреляции

Для наглядности его также используют. Методика построения такова. По оси абсцисс откладывают начальное значение параметра. По оси ординат – значения этого же параметра через некоторый интервал времени после испытания под нагрузкой. Тогда значение параметра каждого изделия до и после испытания обозначают точкой в системе рассматриваемых координат. Следовательно, вся партия изделий, прошедших испытания под нагрузкой, отображается разбросанными по координатному полю точками. Совокупности этих точек и образуют **поле корреляции.**

Если значение контролируемых параметров после испытания не изменились, то все точки располагаются на прямой, проведенной из начала координат под углом 45 градусов. Если же значения параметров уменьшились, по сравнению с исходными, то точки располагаются ниже указанной прямой. Если увеличились, то - выше. Проведя на графике лучи, соответствующие, например, 20% изменению параметра за время испытаний, не трудно подсчитать число точек, попавших в сектор между двумя лучами с изменением параметра до 20%. Из рассмотренных нами способов представления экспериментальных данных чаще всего используют полиномы и гистограммы.

Задачи математической статистики:

– оценка неизвестной вероятности события;

– оценка неизвестной функции распределения;

– оценка параметров распределения, вид которого известен;

– оценка опять таки зависимости случайной величины от других величин;

– проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения или о значениях параметров распределения.

Современная математическая статистика разрабатывает способы определения числа необходимых испытаний до начала исследования (планирования эксперимента) и в ходе испытаний и другие задачи. Современную математическую статистику можно назвать **наукой о принятии решений в условиях неопределенности**. Попросту говоря, хлеб математической статистики – *экспериментальные статистические данные*, изучение которых дает возможность получения научных и практических выводов.

6.6 Статистическая(эмпирическая) функция распределения и числовые характеристики распределения

Первичная форма записи статистического материала есть простой статистический ряд. Этот ряд может быть обработан разными способами. Один из них – это построение статистической

6.6.1 функции распределения случайной величины

Ранее мы определились с понятиями: генеральная совокупность объектов, выборочная совокупность объектов(выборка), объем совокупности объектов.

При рассмотрении генеральной совокупности и выборки, наблюдаемые значения случайной величины Xi называются **вариантами**.

А последовательность вариант в возрастающем порядке – **вариационный ряд**.

При этом числа наблюдений величин (объектов) ni, т.е. сколько раз встречается та или иная величина, называют **частотами**.

Их отношение к объему выборки $wi = \frac{ni}{n}$ – **относительными частотами**.

Иногда эти относительные частоты называют **частостями**.

Выборку характеризуют статистическим распределением, т.е. перечнем вариант (Xi) и соответствующих им частот (ni) или относительных частот (wi). Если в теории вероятностей под распределением понимают соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями, то в математической статистике под распределением понимают соответствие между наблюдаемыми вариантами и их частотами (относительными частотами). n = 20

xi	2	6	12
ni	3	10	7
wi	0.15	0.5	0.35

Пусть известно статистическое распределение частот некоторого количественного признака X. Обозначим nx - число наблюдений, при которых наблюдалось значение меньше некоторого X. n - объем выборки; $\frac{ni}{n}$ (Xi<x). Если x изменяется, то изменяется и отношение nx/n=f(x). Так как функция f(x) находится опытным путем, то эту функцию называют **эмпирической**.

Эмпирическая функция распределения F*(x), определяющая для каждого x относительную частоту события X < x. Итак по определению $F*(x) = \frac{nx}{n}$. Потомучто nx – это число вариант, меньших X, а n - объем выборки.

`Например.` Чтобы найти значение Fx(x2) надо число вариант меньших x2 разделить на объем выборки:
$F^*(x2) = \frac{nx_2}{n}$

В отличие от эмпирической функции распределения выборки, функцию распределения $F(x)$ генеральной совокупности называют **теоретической функцией распределения.**

Различия между эмпирической и теоретической функциями распределения:

– Т определяет вероятность события X < x, а

– Э определяет относительную частоту этого же события.

Эмпирическую функцию распределения используют для приближенного представления теоретической (интегральной) функции распределения генеральной совокупности.

Исследования выборки проводятся для того, чтобы его результаты применить к генеральной совокупности. В данном смысле выборка есть модель генеральной совокупности, а проводимые измерения позволяют в дальнейшем осуществить ее перенос **(традукция)**.

Раньше было скыть. Скыть ушло, появилось какбы. И вот люди какбыкают. Вчера мы какбыкали. Сегодня мы нудакаем. А завтра кукарекать будем? Давайте избегать словечек - паразитов, которые телевидение вбрасывает периодически.

В статистике это формулируется следующим образом: *выборка должна быть представительной (репрезентативной), то есть давать возможность правильно судить о свойствах генеральной совокупности.* Рассчитываемые по результатам измерений числовые характеристики не совпадают в точности с соответствующими характеристиками генеральной совокупности. Кроме того, эти величины случайные, так как случаен сам отбор объектов. Две выборки из одной и той же генеральной совокупности дадут различающиеся друг от друга значения числовых характеристик. Выборочные характеристики являются неточными значениями, а оценками характеристик генеральной совокупности. Если источник случайности ошибки измерений, то значения выборочных характеристик считают оценками истинных значений.

К числовым характеристикам относятся:

– выборочное среднее $\overline{\text{x}_\text{в}}$ – это среднее арифмитическое значение количественного признака выборочной совокупности. $\overline{\text{x}_\text{в}} = \frac{\text{x}_1 + \text{x}_2 + ...x_n}{n}$

Если выборочное значение имеет частоты, то в этом случае $\overline{\text{x}_\text{в}} = \frac{n_1 \cdot X_1 + n_2 \cdot X_2 + ...n_n \cdot X_n}{n}$.

Так как выборочное среднее можно считать случайной величиной, то к ней приложимы понятия о математическом ожидании и дисперсии. Целесообразно помнить, что в теории ошибок отождествляют математическое ожидание и истинное значение.

– выборочная дисперсия s^2 – это среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений признака от их среднего значения. $D_\text{в} = s^2 = \dfrac{\sum(xi{-}!x\text{в}^2)}{n} = \dfrac{\sum ni(xi{-}!x\text{в}^2)}{n}$

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

$X_\text{в} = (20 * 1 + 15 * 2 + 10 * 3 + 5 * 4)/20 + 15 + 10 + 5$

$s^2 = ...$

– выборочное среднее квадратическое отклонение (стандарт): $\sigma = \sqrt{s^2}$.

6.6.2 Распределения случайных величин

В современной научно технической практике исследованы и применяются следующие распределения случайных величин:

– Равномерное распределение
– Экспоненциальное
– Нормальное (Гаусса)
– Логарифмически нормальное
– Вейбулла
– Гамма - распределение
– Релея
– Пуассона

Нормальное – одно из наиболее часто встречающихся распределений в процессе конструирования, технологии и надежности РЭС. Широкое использование объясняют следующими причинами:

1 В тех задачах, где ошибка получается как сумма большого числа слабых неконтролируемых влияний распределение ошибки должно быть нормальным (по центральной предельной теореме ТВ).
2 Нормальный закон является в некотором смысле самым простым и наиболее изученным.
3 Есть много задач, в которых, хотя закон и отличается от нормального, но искажение от принятия его нормальным оказывается небольшим и им удается пренебречь. Поэтому во всех случаях, когда закон распределения ошибок неизвестен и нет возможности его проверить, их распределение принимают нормальным.

Для нормального распределения имеет место соотношение равенства медианы математическому ожиданию: $Me = M(x)$.

Нормальное распределение образуется как следствие однородности качества изделий и равномерности влияния внешних факторов. Главная особенность нормального распределения в том, что оно является предельным законом, к которому приближаются все другие законы распределения при часто встречающихся типичных условиях.

Практическое правило определения норм. измерения: если наибольший результат измерения превышает наименьший менее чем в 1.1 раза, то приемлемо нормальное распределение. Если это превышение более чем в джва раза, то это скорее всего логарифмически нормальное распределение.

6.6.3 Статистические критерии согласия

После того, как экспериментально получено статистическое распределение параметра конструкции РЭА или технологического процесса встает задача, к какому теоретическому распределению отнести полученные статистические данные. Этот процесс соотнесения называют **проверкой гипотез**, а используемый при этом критерий – **статистическими критериями согласия**.

Для проверки гипотезы о соответствии экспериментального закона теоретическому наиболее часто применяют критерий Пирсона χ^2. В практике планирования и проведения экспериментов используют критерии Фишера, Кокрена и Стъюдента. Эксперимент проводится для нахождения математического описания некоего сложного процесса. В общем случае порядок проведения эксперимента:

– планирование эксперимента;

– проведение эксперимента;

– проверка воспроизводимости опытов;

– получение математической модели объекта с проверкой статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии;

– проверка адекватности математического описания.

6.6.4 Статистические связи и регрессионный анализ

Однородность дисперсий означает, что среди всех суммируемых дисперсий нет таких, которые значительно превышали бы остальные; а суммировать дисперсии приходится часто (подсчет дисперсии параметра оптимизации или дисперсия воспроизводимости эксперимента). Но суммировать дисперсии можно только тогда, когда они однородные. Проверка однородности дисперсий производится с помощью различных статистических критериев.

Самый простой – **критерий Фишера.** Он предназначен для сравнения двух дисперсий и представляет собой отношение большей дисперсии к меньшей. Полученное значение отношения сравнивается с табличным значением критерия Фишера по справочнику. Если оно больше табличного, то дисперсии неоднородные. Иначе – однородные.

Если сравниваемое количество дисперсий больше двух и одна значительно превышает остальные, используют **критерий Кокрена.**

$$G = \frac{S^2_{max}}{\sum_{i=1}^{N} s_i^2}$$

Гипотеза об однородности дисперсий подтверждается, если расчетное значение не превышает табличного значения.

Если возникает подозрение о неоднородности дисперсий, используют **критерий Бартлета.**

Статистические связи – связи, проявляющиеся при большом числе наблюдений в том, что изменение среднего значения одного признака приводит в целом к изменению среднего значения другого признака. Статистические связи разделяют на **корреляционные и регрессионные.**

Случайные величины будут корреляционно связаны, если изменение математического ожидания одной из них изменяет математическое ожидание другой. Следовательно, для корреляционных связей необходимо, чтобы оба взаимосвязанных явления выражались случайными величинами. Корреляционный анализ применяется для нахождения и выражения тесноты связи между случайными величинами.

Регрессионные связи выражают зависимость между случайными и неслучайными величинами. Результативным признаком здесь выступает случайная величина (функция отклика или параметр оптимизации), а факторным – неслучайная величина (фактор).

Наблюдая статистическую связь между признаками, можно приближенно представить значение результативного признака в виде некоторой функции од одного или нескольких факторов, стремясь при этом, чтобы наблюдаемые данные как можно ближе воспроизводились взятой функцией. Функция, отображающая статистическую связь между признаками, называется **уравнением регрессии.** Получение и исследование уравнения регрессии является предметом **регрессионного анализа.**

Уравнение регрессии выводится на основании статистических данных, которые получают в результате пассивного или активного эксперимента. Нахождение уравнения регрессии, прежде всего, означает определение его параметров. При этом исходят обычно из *правила наименьших квадратов*, по которому сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака от значений, найденных по уравнению регрессии должна быть наименьшей.

$$\sum (y - \overline{y}_{x,v,z})^2 = min$$

у – признак,

другой у – фактическое значение из уравнения регрессии

Это условие приводит к системе нормальных уравнений, решение которых позволяет определить параметры уравнения регрессии. Число нормальных уравнений на одно больше числа входящих в уравнение регрессии факторов. Если известны параметры уравнения, то, подставляя в него значения факторов, можно вычислить среднее значение результативного признака (в нашем случае – параметра оптимизации). Это делает удобным применение уравнения регрессии для прогнозирования значения результативного признака.

Само по себе уравнение регрессии – это, в сущности, метод обобщения и изучения действий одного или нескольких факторных признаков на результативный признак (метод количественного выражения или влияния отобранных факторов на изучаемый показатель). Регрессионный анализ, как и всякий статистический метод, применим при определенных постулатах:

1 параметр оптимизации у есть случайная величина с *нормальным законом распределения*;

2 дисперсия у не зависит от абсолютной величины у. Выполнимость этого постулата проверяется с помощью критериев однородности дисперсий;

3 значение факторов суть неслучайные величины. Этот постулат означает, что установление каждого фактора на заданный уровень и его поддержание существенно точнее, чем ошибка воспроизводимости;

4 факторы должны иметь весьма ограниченную взаимосвязь, для этого проверяются коэффициенты корреляции.

7 Планирование эксперимента при нахождении экстремальных значений

Пусть необходимо найти экстремум некоторой функции двух переменных $y = f(x_1, x_2)$. Раннее эту функцию мы назвали функцией отклика с аргументами – факторами. Единственное, что можно сделать - это выбрать значение переменных x_1, x_2 и узнать соответствующее значение y.

`Пример:` Процент выхода продукта от значения давления и температуры. Желательно, чтобы процент был максимальным.

Конечно, в реальных условиях факторов больше двух, но и тогда опереруируют минимальным числом управляемых факторов. Задача становится статистической из-за того, что наблюдаемое значение y отклоняется от функции под воздействием ряда неучтенных факторов. Причем эти случайные отклонения в разных опытах независимы.

Что делать, чтобы найти экстремум? Наибольшее значение y можно найти методом так называемого **крутого восхождения.**

`Допустим`, что функция есть поверхность некоторого холма, вершина которого есть искомая точка максимума.

Геометрический образ, соответствующий функции отклика, называют **поверхностью отклика.** В случае двух факторов используется декартова система координат. При этом под областью определения понимают область, ограниченную конкретными значениями факторов. Вспоминая о черном ящике, можно сказать, что каждому состоянию черного ящика, обусловленному факторами x_1, x_2 соответствует определенная точка в области определения на плоскости. Чтобы указать значение функции отклика или параметра оптимизации, требуется еще одна ось координат. Если ее построить, то получится поверхность отклика.

Если по оси y откладывать значения y_i, полученные при различных сочетаниях x_1, x_2, то точки y_i будут находится на поверхности отклика. На этой поверхности будет находится и точка М, соответствующая оптимальному значению y. Система координат с двумя факторными осями и третьей – функцией отклика называется обычно **факторным пространством.** Очевидно, что при числе факторов более трех факторное пространство многомерно и геометрически непредставимо.

При поиске экстремальной точки, в отличие от аналитического исследования, осуществляется локальное изучение поверхности отклика по результатам ряда опытов, поставленных специально около исходной точки. Экстремальный эксперимент требует при минимальном числе опытов найти **область оптимума** и получить ее **математическую модель** (при этом варьируются значения независимых переменных x_1, x_2 по специально сформированным правилам. Подход здесь чисто кибернетический, поскольку мы не знаем содержание процессов внутри черного ящика.

Получение математической модели требует выбора функции вида $y = f(x_1, x_2)$

y – некоторый обобщенный показатель, характеризующий систему. Экстремум y соответствует оптимальной системе. x_1, x_2 есть факторы, влияющие на значение y и принимающие оптимальные значения при экстремуме y.

В эксперименте определяются численные значения коэффициентов уравнения. Обычно функция отклика выбирается в виде степенного ряда, точнее – отрезков степенных рядов (алгебраических полиномов). В частности, для двух факторов это полиномы: нулевой, первый, второй, третий (реже) степеней. Соответственно, их вид:

$$y = b_0$$

$$y_1 = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2$$

$$y_2 = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_1 \cdot x_1^2 + b_2 \cdot x_2^2 + b_1 \cdot b_2 \cdot x_1 \cdot x_2$$

Часто простейшей моделью может являться полином первой степени.

Движение к экстремум в многомерном пространстве независимых факторов осуществляется шагами. Анализируя результаты экспериментов и сравнивая их с результатами предыдущих, исследователь принимает решение о дальнейших действиях в поиске оптимума. Экстремальное значение отклика получается в результате многократного последовательного изучения поверхности отклика и продвижения в факторном пространстве. Существует несколько экспериментальных методов по способу направления движения и организации самого движения.

Схема эксперимента для решения экстремальных задач состоит в общем случае из следующих этапов:

1 планирование эксперимента;
2 проведение эксперимента;
3 проверка воспроизводимости;
4 получение математической модели объекта с проверкой статистической значимости коэффициентов полинома;
5 проверка адекватности математической модели.

При анализе факторов определяют конкретные факторы, области изменения значений факторов (основные уровни). На этом этапе большую роль играет значение анализа априорной информации на основе первичных источников в первую очередь.

В результате анализа априорной информации устанавливают комбинацию уровней факторов (для двух факторов – два уровня). **Основным (нулевым) уровнем фактора** называют его значение, принятое за исходное в плане эксперимента. Если обратиться к геометрической интерпретации, то точка, отвечающая основному уровню находится внутри области определения. После того, как основной уровень выбран, переходят к выбору интервалов варьирования.

Интервалом варьирования факторов называют некоторое число (свое для каждого фактора), прибавление которого к основному уровню, дает верхний; а вычитание – нижний. Иначе, – это расстояние на координатной оси между основным и верхними или нижним уровнями. Таким образом, задача выбора уровней сводится к более простой задаче выбора интервала варьирования.

Для упрощения записи условия эксперимента масштабы координат выбирают так, чтобы верхний уровень соответствовал +1, нижний – -1, а основной – нулю. Процесс выбора масштаба называют **кодированием.** В случае факторов с неопределенной областью определения, кодированное значение фактора определяют по формуле:

$$x_i = \frac{\overline{x}_i - \overline{x}_{i\text{осн}}}{\epsilon_i}$$

$\overline{x}_i$ – натуральное значение уровня фактора
$\overline{x}_{i\text{осн}}$ – натуральное значение основного уровня фактора
ϵ_i – интервал варьирования фактора.

Фактор	$\overline{x}_1$	$\overline{x}_2$
Основной уровень	3	30
Интервал варьирования	2	10
Верхний уровень	5	10
Нижний уровень	1	20

В активном эксперименте чаще всего используют два уровня. Тогда число опытов, необходимое для реализации всех возможных сочетаний факторов, определяют по формуле:

$$N = 2^k$$

k – число факторов

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется **полным факторным экспериментом.** Факторный эксперимент осуществляют с помощью матрицы планирования, в которой осуществляют кодированые значения факторов.

N	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Возможна также графическая интерпретация полного факторного эксперимента. По осям выбираются масштабы по новым осям, центр которых находится в центре основного уровня, причем расстояния выбираются так, чтобы интервал варьирования для каждого фактора равнялся единице. Тогда условия проведения опытов будут соответствовать вершинам квадрата, центром которого является основной уровень, а каждая сторона параллельная одной из осей координат и равна двум интервалам.

Номера опытов в этом случае проставляются в вершинах квадрата. Площадь, ограниченная квадратом, называется **областью эксперимента.**

На первом этапе движения к математической модели (точке оптимума) используется линейная модель полинома первой степени, содержащая три члена. В этом случае коэффициенты вычисляются по формуле, в которую подставляют кодированные значения факторов. Благодаря кодированию факторов расчет коэффициентов превращается в простую арифметическую операцию. Для расчет коэффициента β_1 используется вектор-столбец x_1. Коэффициент β_0 есть среднее арифметическое значение параметра оптимизации.

Таблица есть матрица планирования полного факторного эксперимента 2^2 без учета взаимодействия факторов x_1, x_2.