



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени Н.Э. БАУМАНА

# Учебное пособие

Курс лекций

**«Основы автоматики и системы автоматического управления»**

МГТУ имени Н.Э. Баумана

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени Н.Э. БАУМАНА

Курс лекций

**«Основы автоматики и системы автоматического управления»**

Москва  
МГТУ имени Н.Э. Баумана

**2012**

УДК 681.3.06(075.8)  
ББК 32.973-018  
И201

Курс лекций «Основы автоматики и системы автоматического управления» /  
Коллектив авторов –  
М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 27 с.: ил.

В курсе лекций рассмотрены основные этапы курса «Основы автоматики и системы автоматического управления».

Ил. 39. Табл. 5. Библиогр. 7 назв.

УДК 681.3.06(075.8)

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012

## АННОТАЦИЯ

В курсе лекций рассмотрены основные темы курса «Основы автоматизации и системы автоматического управления» такие как: Обратная связь в нестабильном процессе, на примере лазерного дискового привода. В процессе расчетов задействован математический аппарат, позволяющий точно рассчитать управляющее воздействие, которое необходимо сообщить системе, для ее стабильной работы.

## ANNOTATION

The course of lectures addressed the main themes of the course "Fundamentals of automation and automatic control systems," such as: Feedback in an unstable process, an example of the laser disk drive. In the course of the calculations involved mathematical formalism that allows to accurately calculate the control action which is necessary to tell the system to its stable operation.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1 ЛЕКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО КУРСУ ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	7
1.1 Лекция 1.....	7
1.2 Лекция 2.....	10
1.3 Лекция 3.....	14
1.4 Лекция 4.....	16
1.5 Лекция 5.....	20
1.6 Лекция 6.....	23
ВЫВОДЫ.....	26
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	27

## ВВЕДЕНИЕ

Данный конспект лекций составлен на основе лекционного курса, читаемого в МГТУ им. Н.Э. Баумана на кафедре иу4 преподавателем Деменков Н. П. Курс лекций рекомендован к выполнению текущих аттестационных мероприятий и подготовки к зачету по предмету «Основы автоматики и системы автоматического управления».

# 1 ЛЕКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО КУРСУ ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

ИИиСАУ

1

Основы автоматик и систем автоматического управления.  
Демеников Николай Петрович, доцент каф. ИУЭ

Лекция 1.1. 19.02.2004.

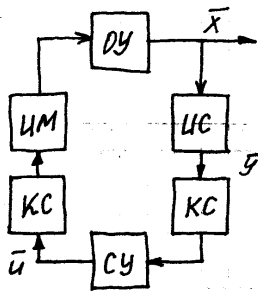
Качество САУ.

Под качеством понимается вопрос, удовлетворяет ли система данным требованиям.

Показатели качества - прямые (по виду перем. процесса) и косвенные (частотные, интегральные - линейные и квадратичные, корневые).

Система должна быть наблюдаемой и управляемой.

Управляемость.



измерительная  
система

канал связи

ИМ - исполнительный механизм

Условие наблюдаемости. Проблема наблюдаемости: можно ли, наблюдая в течение нек. времени  $0 \leq t \leq T$  величину  $\bar{y}(t)$ , определить  $\bar{x}(t)$  в момент  $t$ .

$$DU: \bar{x}(k+1) = A\bar{x}(k) + B\bar{u}(k)$$

$$UC: \bar{y}(k) = C\bar{x}(k)$$

$$\begin{matrix} \bar{u}(0), \bar{u}(1), \bar{u}(2), \dots, \bar{u}(i-1) \\ \bar{x}(1), \bar{x}(2), \bar{x}(3), \dots, \bar{x}(i) \end{matrix} \quad \text{-- задано}$$

$$\bar{x}(1) = A\bar{x}(0) + B\bar{u}(0)$$

$$\bar{x}(2) = A\bar{x}(1) + B\bar{u}(1) = A^2\bar{x}(0) + AB\bar{u}(0) + B\bar{u}(1)$$

$$\bar{x}(i) = A^i\bar{x}(0) + A^{i-1}B\bar{u}(0) + A^{i-2}B\bar{u}(1) + \dots + B\bar{u}(i-1)$$

$$\bar{y}(0) = C\bar{x}(0)$$

$$\bar{y}(1) = C\bar{x}(1) = CA\bar{x}(0) + CB\bar{u}(0)$$

$$\bar{y}(i) = C\bar{x}(i) = CA^i\bar{x}(0) + CA^{i-1}B\bar{u}(0) + \dots + CB\bar{u}(i-1)$$

} =  $\bar{y}$

ОДУ САУ

2

$$\begin{cases} C\bar{x}(0) = b_0 \\ CA\bar{x}(0) = b_1 \\ \underbrace{CA^i\bar{x}(0)}_n = b_i \end{cases} \quad \text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^i \end{bmatrix} = n \quad (i=n \text{ по теор. Кэли-Гамильтона})$$

Чтобы система была наблюдаема, необходимо выполнение условия:

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^n \end{bmatrix} = n$$

Пример.

$$\begin{cases} x_2(k+1) = x_2(k) \\ x_2(k+1) = -x_2(k) - 2x_2(k) + u(k) \\ y(k) = x_2(k) + x_2(k) \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ДУ} \\ \text{УС} \end{array} \right\}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1]$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ [1 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = 1 \Rightarrow \text{система не наблюдаема}$$

Условие управляемости.

$$\bar{x}(1) = A\bar{x}(0) + B\bar{u}(0)$$

$$\bar{x}(2) = A\bar{x}(1) + B\bar{u}(1) = A^2\bar{x}(0) + AB\bar{u}(0) + B\bar{u}(1)$$

$$\bar{x}(k) = A^k\bar{x}(0) + A^{k-1}B\bar{u}(0) + A^{k-2}B\bar{u}(1) + \dots + B\bar{u}(k-1)$$

$$B\bar{u}(k-1) + AB\bar{u}(k-2) + \dots + A^{k-2}B\bar{u}(0) = \bar{x}_{\text{кон}} - A^k\bar{x}(0) = \bar{v}$$

$$\text{rang} \{B \quad AB \quad \dots \quad A^{k-1}B\} = n \quad k=n \quad (\text{по теор. Кэли-Гамильтона})$$

$$\text{rang} \{B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B\} = n \quad - \text{условие полной управляемости.}$$

Пример (условие св. выше).

$$\text{rang} \{B \quad AB\} = \text{rang} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = \text{rang} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = 2 \Rightarrow$$

система полностью управляема.

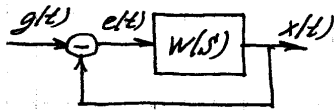
Следствие. Для полностью управляемой системы переход из любого начального состояния  $\bar{x}(0)$  в произв. состояние  $\bar{x}_{\text{кон}}$  можно осуществить за  $n$  тактов,  $n$  - размерность вектора  $\bar{x}$ .

Для непрерыв. систем условие управляемости и наблюдаемости остаются такими же.

Вместо управляемости в реальных системах используют понятие близости, т.к. сум. ограничение управляемости.



Коэффициенты ошибок.



$$E(s) = \Phi_e(s) g(s)$$

$$\Phi_e(s) = 1 - \Phi(s) = \frac{1}{1+W(s)}$$

$$\Phi_e(s) = C_0 + C_1 s + \frac{C_2}{2!} s^2 + \frac{C_3}{3!} s^3 + \dots + \frac{C_k}{k!} s^k + \dots$$

$$C_k = \left[ \frac{d^k \Phi_e(s)}{ds^k} \right]_{s=0} \quad \text{— коэффициенты ошибок}$$

$$E(s) = C_0 g(s) + C_1 s g(s) + \frac{C_2}{2!} s^2 g(s) + \dots + \frac{C_k}{k!} s^k g(s) + \dots$$

$$e(t) = C_0 g(t) + C_1 \dot{g}(t) + \frac{C_2}{2!} \ddot{g}(t) + \dots + \frac{C_k}{k!} g^{(k)}(t) + \dots$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s)$$

$$e(t) = \int_0^t k_e(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

$$g(t-\tau) = g(t) - \dot{g}(t)\tau + \frac{\ddot{g}(t)}{2!} \tau^2 - \dots + (-1)^k \frac{g^{(k)}(t)}{k!} \tau^k + \dots$$

$$e(t) = g(t) \int_0^t k_e(\tau) d\tau - \dot{g}(t) \int_0^t \tau k_e(\tau) d\tau + \ddot{g}(t) \int_0^t \frac{\tau^2}{2} k_e(\tau) d\tau - \dots +$$

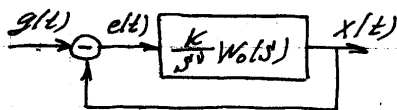
$$+ g^{(k)} \int_0^t \frac{(-1)^k \tau^k}{k!} k_e(\tau) d\tau$$

$$C_k = (-1)^k \int_0^t \tau^k k_e(\tau) d\tau$$

$$e(t) = C_0 g(t) + C_1 \dot{g}(t) + \frac{C_2}{2!} \ddot{g}(t) + \dots + \frac{C_k}{k!} g^{(k)}(t) + \dots$$

Кэф. ошибок вычисляются:

- 1) оценить  $X_{уст}$  на установившемся возм.
- 2) выбрать раз-ры систем, кот. обст. требуемый уровень ошибок.

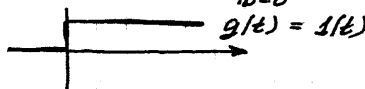


$$W_0(s) \Big|_{s=0} = 1$$

$$\Phi_e(s) = \frac{1}{1 + \frac{K}{s^0} W_0(s)} = \frac{s^0}{s^0 + K W_0(s)}$$

$$1. \nu = 0 : \quad \Phi_e(s) = \frac{1}{1 + K W_0(s)}$$

$$C_0 = \Phi_e(s) \Big|_{s=0} = \frac{1}{1+K}$$



$$e_{уст} = C_0 g(t) + C_1 \dot{g}(t) + \dots$$

$$e_{уст} = \frac{1}{1+K} \quad , \quad K_{мин} = \frac{1 - e_{уст}}{e_{уст}}$$

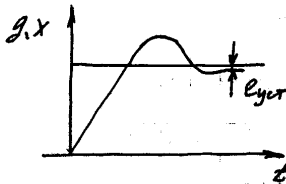
ОА и САУ

Если ошибка равна 5% ( $e_{уст} = 0,05 X_{уст}$ ) :  $K = \frac{1-0,05}{0,05} = 19$

При  $e_{уст} = 0,01 X_{уст}$  :  $K = \frac{1-0,01}{0,01} = 99$

Чем точнее система, тем больше должен быть коэффициент усиления.

Лекция №2.



для статической системы

2.  $\nu = 1$

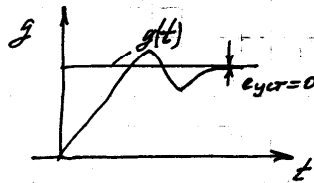
$$\Phi_e(s) = \frac{s}{s + kW_0(s)}$$

$$C_0 = \Phi_e(s) \Big|_{s=0} = 0$$

$$C_1 = \frac{d\Phi_e(s)}{ds} \Big|_{s=0} = \frac{1}{K}$$

$$C_2 \neq 0$$

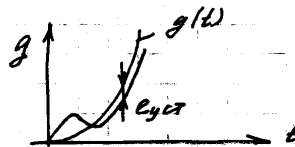
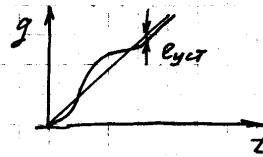
$$g(t) = t : e_{уст} = C_1 = \frac{1}{K}$$



3.  $\nu = 2$

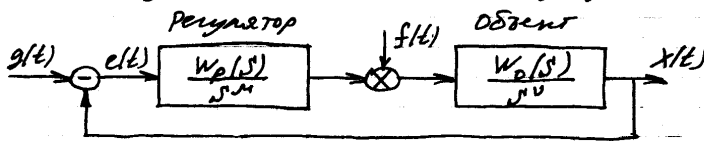
$$C_0 = 0, C_1 = 0$$

$$g(t) = t^2 : e_{уст} = C_2$$



Выводы

1. Чем выше коэф. усиления в прямой цепи, тем с меньшей ошибкой передается сигнал.
2. Разливают астатизм по возмущению и астатизм по управлению.



$$\Phi(s) = \frac{\frac{W_p(s)W_0(s)}{s^{m+v}}}{1 + \frac{W_p(s)W_0(s)}{s^{m+v}}} = \frac{W_p(s)W_0(s)}{s^{m+v} + W_p(s)W_0(s)}$$

$$\Phi_e(s) = 1 - \Phi(s) = \frac{s^{m+v}}{s^{m+v} + W_p(s)W_0(s)}$$

$$\Phi_f(s) = \frac{\frac{W_0(s)}{s^v}}{1 + \frac{W_p(s)W_0(s)}{s^{m+v}}} = \frac{s^{m+v}W_0(s)}{s^{m+v} + W_0(s)W_p(s)}$$

ОАЧ САУ

Пример  $\frac{W_0(s)}{s^2} = K, \frac{W_0(s)}{s^2} = \frac{W_0(s)}{s}$

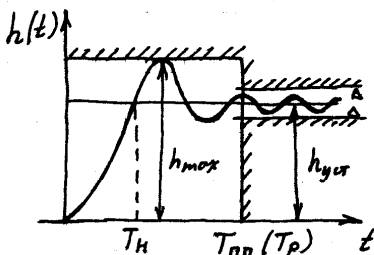
$\Phi_e(s) = \frac{s}{s + KW_0(s)} \quad e_{уст} = 0$

$\Phi_f(s) = \frac{W_0(s)}{s + KW_0(s)} \quad e_{уст} \neq 0$

Система статична по управлению и астатична по возмущению.

Три основные показатели качества.

Впред. как реакция САУ на единичное ступенчатое возмущение.



$g(t) = 1(t)$   
 $x(t) = h(t)$

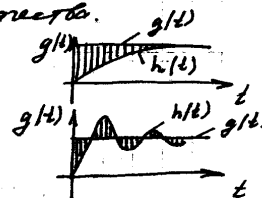
„Коробочка Салодовникова“

- 1)  $h(t) - h(\infty) \leq \Delta \rightarrow T_{пн}$  - время переходного процесса (время регулирования)
- 2) Перерегулирование  $\sigma = \frac{h_{max} + h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%$
- 3) Колебательность  $m$  - число циклов до входа в „трубку“
- 4) Точность системы  $e_{уст} = 1 - h_{уст}$
- 5) Время нарастания  $T_n$

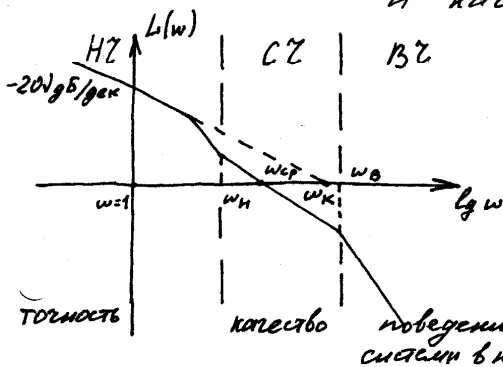
Косвенные показатели качества.

$y = \int_0^t e(t) dt$  - линейная ошибка (интегральная)

$y = \int_0^t e^2(t) dt$  - квадратичная ошибка (интегральная)



Связь между свойствами ЛАФЧХ и качеством.

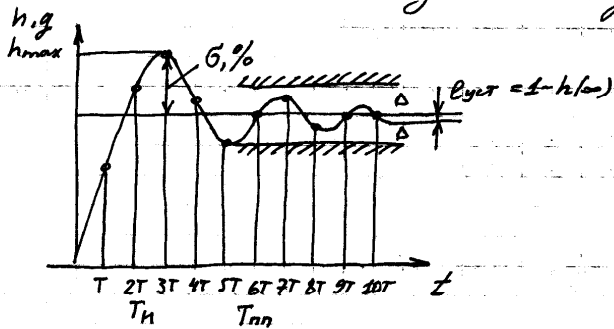


$$W(j\omega) = \frac{KW_0(j\omega)}{(j\omega)^D}$$

$$20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg K + 20 \lg |W_0(j\omega)| - D \cdot 20 \lg |j\omega|$$

$K = W_K \quad D=1 \Rightarrow K = W_K$

Анализ качества дискретной системы.



Коэффициент ошибки.

$$e[k] = \sum_{m=1}^k g(m) L_c(k-m) = \sum_{m=1}^k g(m, d) L_c(k, m)$$

$$\Phi_e(z) = 1 - \Phi(z)$$

$$\Phi_e(z, 1) = 1 - \Phi(z, 1)$$

$$C_m = \left. \frac{d^m \Phi_e(z)}{dz^m} \right|_{z=1}$$

$$C_0 = \Phi_e(z) \Big|_{z=1}$$

$$C_1 = \left. \frac{d \Phi_e(z)}{dz} \right|_{z=1}$$

$$C_2 = \left. \frac{d^2 \Phi_e(z)}{dz^2} \right|_{z=1}$$

Пример. Найти установившуюся ошибку в дискретной системе.

$$W(z) = \frac{1+z}{(z-1)(1+z+z^2)}$$

$$\Phi_e(z) = \frac{1}{1+W(z)} = \frac{z^3-1}{z(2z+1)}$$

$$C_0 = \Phi_e(z) \Big|_{z=1} = 0$$

$$C_1 = \left. \frac{d \Phi_e(z)}{dz} \right|_{z=1} = \frac{3}{2} \neq 0$$

$$e[k] = \underbrace{C_0}_{0} \cdot 1[kT] + C_1 \underbrace{g[kT]}_0 = 0$$

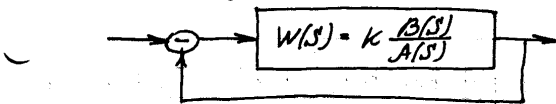
Корневой годограф.

$D(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0$

на  $\lambda$ .

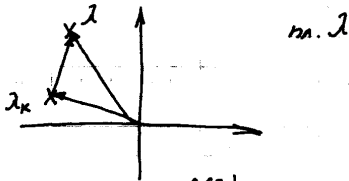
$a_i = a_i(k, T, \dots)$

Корневой годограф - это совокупность траекторий, кот. опис. корни хар. ур-я на комплекс. плоскости.



$D(\lambda) = 1 + W(\lambda) = 1 + K \frac{B(\lambda)}{A(\lambda)} = 0$

$A(\lambda) + KB(\lambda) = 0$



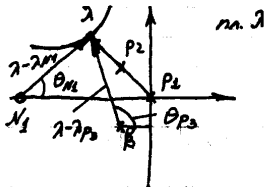
$$K = - \frac{A(\lambda)}{B(\lambda)} = - \frac{\prod_{i=1}^n |\lambda - \lambda_{p_i}|}{\prod_{i=1}^m |\lambda - \lambda_{z_i}|} e^{j \left[ \sum_{i=1}^n \text{Arg}(\lambda - \lambda_{p_i}) - \sum_{i=1}^m \text{Arg}(\lambda - \lambda_{z_i}) \right]}$$

$$K = - \frac{\prod_{i=1}^n \rho_{p_i}}{\prod_{i=1}^m \rho_{z_i}} e^{j \left( \sum_{i=1}^n \theta_{p_i} - \sum_{i=1}^m \theta_{z_i} \right)}$$

$\lambda_{p_i}$  - нули  
 $\lambda_{z_i}$  - полюсы

$$K = + \frac{\prod_{i=1}^n \rho_{p_i}}{\prod_{i=1}^m \rho_{z_i}} \quad (1), \quad \sum_{i=1}^n \theta_{p_i} - \sum_{i=1}^m \theta_{z_i} = (2\nu + 1)\pi, \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

Непосредственное построение корней.



$$\begin{cases} K = \frac{|\lambda - \lambda_{p_1}| |\lambda - \lambda_{p_2}| \dots |\lambda - \lambda_{p_n}|}{|\lambda - \lambda_{z_1}|} \\ \theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3} - \theta_{z_1} = (2\nu + 1)\pi \end{cases}$$

Пример.

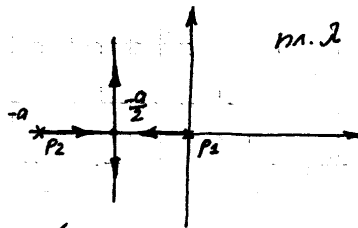
$D(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + k = 0$

$\lambda_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - k}$

РАУ = CAУ

$k=0: \lambda_1=0, \lambda_2=-a$

$k=\frac{a^2}{4}: \lambda_{1,2}=-\frac{a}{2}$



Свойства корневого годографа.

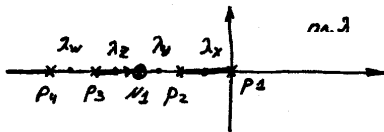
1. Непрерывность и симметричность (относ. веществ. оси)
2. Число ветвей корневого годографа равно порядку системы  $n$
3. Ветви КГ начинаются в полюсах передат. ф-ции разомкнутой системы

$D(\lambda) = A(\lambda) + kB(\lambda) = A(\lambda)$

$\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{c_1 \lambda_1 + \dots + c_m \lambda_m}{c_{n1} \lambda_1 + \dots + c_{nm} \lambda_m} = \infty$

При  $n > m$   $k \rightarrow \infty$ .

4. Разметка вещ. оси. Данный отрезок вещ. оси является частью КГ, если справа от любой точки этого отрезка разность между числом полюсов и нулей предст. положительным числом.

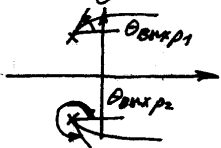


$\lambda_1, \lambda_2$  принадлежат КГ  
 $\lambda_3, \lambda_4$  не принадлежат КГ

5. Асимптотические св-ва. Ветви КГ, уходящие в бесконечность, имеют  $n-m$  асимптот.

$$\begin{cases} \sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_{Pi} - \sum_{i=1}^m \lambda_{Zi}}{n-m} \\ \theta_a = \frac{(2\nu+1)\pi}{n-m}, \nu=0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

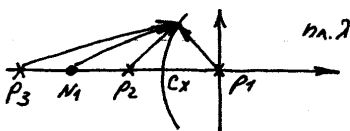
6. Директ. точки перес. с мнимой осью можно опред. по любому критерию (Михаилова, Гурвица, Найквиста, Рунса).



$\theta_{вых P_i} = (2\nu+1)\pi - \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \theta_{P_j} - \sum_{j=1}^m \theta_{Z_j} \right)$

$\theta_{вх Z_i} = (2\nu+1)\pi - \left( \sum_{j=1}^n \theta_{P_j} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \theta_{Z_j} \right)$

7. Точка схода с вещ. осью  $C_x$ .



$\theta_{P1} + \theta_{P2} + \theta_{P3} - \theta_{Z1} = (2\nu+1)\pi$

$\sum_{i=2}^n (\theta_{P_i} + \Delta \theta_{P_i}) - \sum_{i=2}^m (\theta_{Z_i} + \Delta \theta_{Z_i}) = (2\nu+1)\pi$

$\sum_{i=2}^n \Delta \theta_{P_i} - \sum_{i=2}^m \Delta \theta_{Z_i} = 0$

$\frac{E}{C_x - P_1} + \frac{E}{C_x - P_2} + \frac{E}{C_x - P_3} - \frac{E}{C_x - Z_1} = 0$

$\Delta \theta = \frac{2E(a - C_x)}{(a - C_x)^2 + \omega^2}$

$\lambda_p = -a \pm j\omega$

8. Расхождение ветвей КТ.

$n-m > 2$  - одни ветви КТ отклон. вправо, другие влево

Корни, кот. переходят вправо, наз. дегенерирующей, а система с  $n-m$  корнями наз. гомбибвалентной.

9. Если  $a_n = 1$ , то справедлива теорема Виета.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_i = (-1)^n a_0 \\ \prod_{i=1}^n \lambda_i = (-1)^n a_n \end{cases}$$

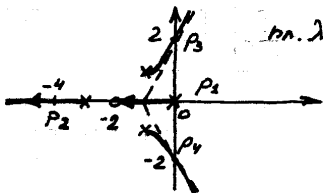
Замечание.

1. КТ позволяет построить перх. процесс, т.к. из него можно получить все показатели перх. процесса.
2. КТ можно строить не только для К, но и от любых параметров системы.

Пример.  $KW(s) = K \frac{s+2}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$

$n=4, m=1$

$K_2=2; p_1=0; p_2=-3; p_{3,4}=-1 \pm j$



$\sigma_a = \frac{0 + (-3) + (-1+j) + (-1-j) - (-2)}{4-1} = -1$

$\theta_a = \frac{(2 \cdot 1) \pi}{4-1} = \frac{\pi}{3}; \pm \pi; \frac{5\pi}{3}$

$\theta_{вых p_3} = 26^\circ, \theta_{вых p_4} = -26^\circ$

$K_{кр} = 7, \omega_{кр} = 1.6$

Лекция №4 11.03.2004.

Методы средства стабилизации и повышения качества систем регулирования.

1. Устойчивость
2. Точность
3. Качество переходных процессов.

I. Создание новых связей

- II. Введение дат. воздействий
- комбинационные (узлы)
  - каскадные (ветви)

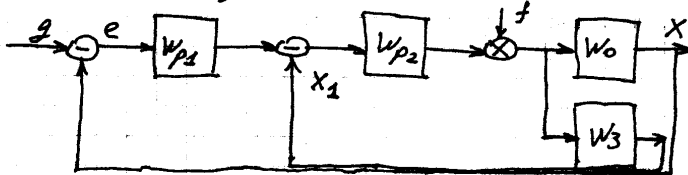
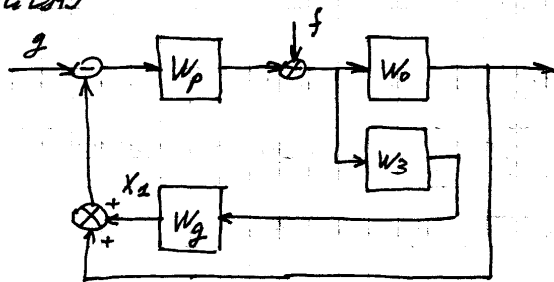
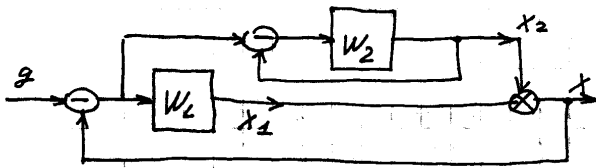


схема каскадного регулятора



связь с дифференциатором

Организация контура следящей системы



Повышение статической точности.

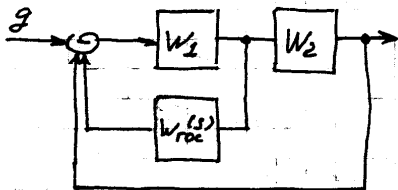
$$e = e_{ст} + e_g + e_f$$

$$e_0 = \frac{1}{1+k}$$

$$e(t) = c_0 g(t) + c_1 \dot{g}(t) + \dots$$

$$c_0 = 0, \quad c_1 = \frac{1}{k}$$

Плюс обратная связь  $W_{roc}(s) = \frac{z^s + 1}{Ts + 1}$

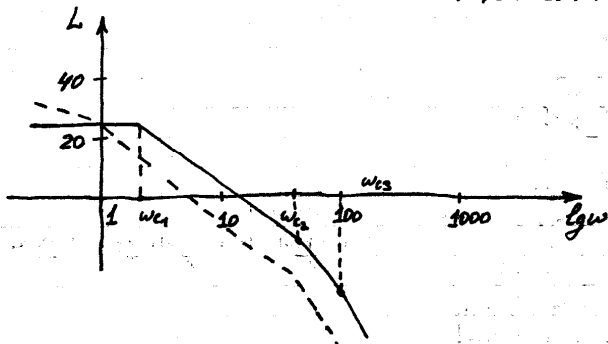


1. Для повышения стат. точности надо увеличить коэф. усиления, для уменьшения динамики вводим  $W_{roc}$ , но только для систем 1 и 2 порядка.
2. Введение астатизма в систему.

Статические сист. исп. в стабилизации, астатические - в следящих.

Пример.  $W(s) = \frac{20}{10.5s+1}(0.02s+1)(0.01s+1)$

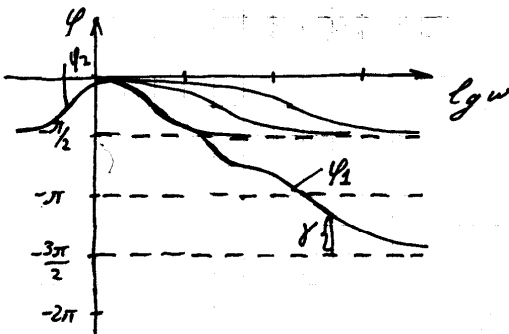
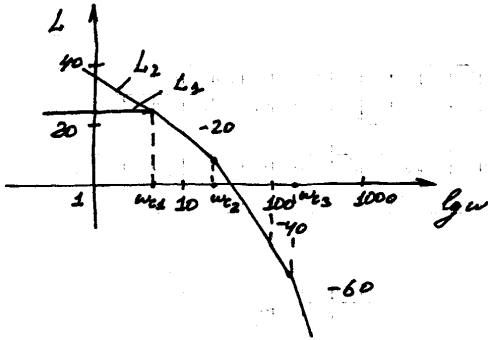
вводим  $\frac{1}{s}$ .



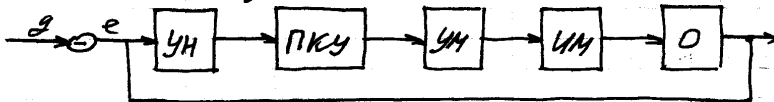


Узлована :  $W(s) = \frac{K_u(T_u s + 1)}{s}$

Пример :  $W(s) = \frac{20}{(0.125s+1)(0.05s+1)(0.008s+1)}$  ;  $W_u(s) = \frac{1(0.8s+1)}{s}$

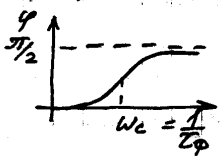


Особенности применения последовательных коррективных устройств.

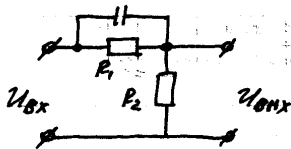


Коррекция с подкатом внешнего звена.

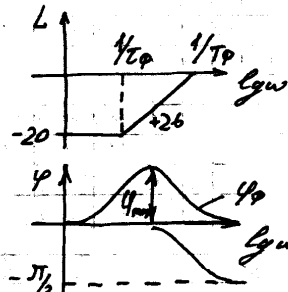
$W_p(s) = \tau_p s + 1$



$W_p(s) = K_p \frac{\tau_p s + 1}{T_p s + 1}$



$K_p = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$



$T_p = K_p \tau_p$

$\frac{\partial \varphi(\omega)}{\partial \omega} = \frac{\tau_p}{1+\omega^2 \tau_p^2} - \frac{T_p}{1+\omega^2 T_p^2} = 0$

$\varphi_{max} = \arctg \sqrt{\frac{\tau_p}{T_p}} - \arctg \sqrt{\frac{T_p}{\tau_p}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{K}} - \arctg \sqrt{K}$

Для получения большего угла опережения сигнала увелич. К.

Достоинства.

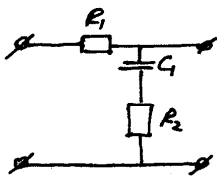
1. Работает как при мин. фазовых, так и при макс. фазовых
2. Увеличивает быстродействие сист.

Недостатки.

1. При диф. помех. уровень выносятся помех
2. Ослабление сигнала в области низких частот.

Коррекция с подавлением высоких частот.

$$W_u(s) = \frac{1}{T_p s + 1}$$

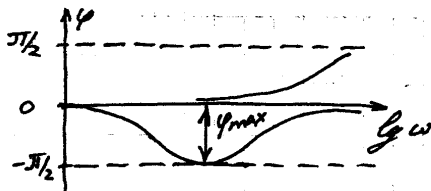
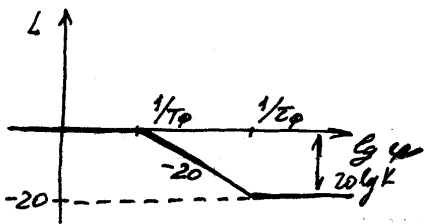


$$W_u(s) = \frac{z_p s + 1}{T_p s + 1}$$

$$T_p > z_p$$

$$z_p = C_1 R_2, \quad T_p = C_1 (R_1 + R_2)$$

$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Достоинства.

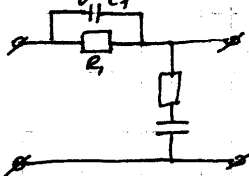
1. Контроль низких частот без подавления, а вместе с подавлением 20 dB/K.

Недостатки.

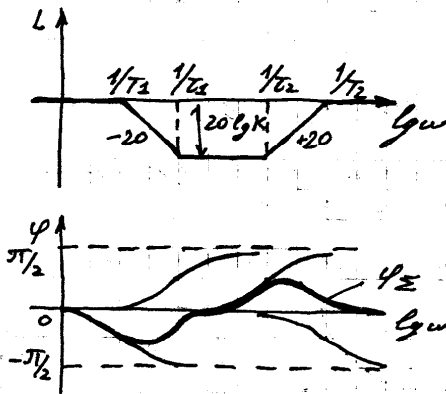
1. Значительное уменьшение быстродействия, увеличение перекр. процесса.

Коррекция с подавлением средних частот.  
(интегро-дифференцирующий контур)

$$W_{ud}(s) = \frac{(z_1 s + 1)(z_2 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

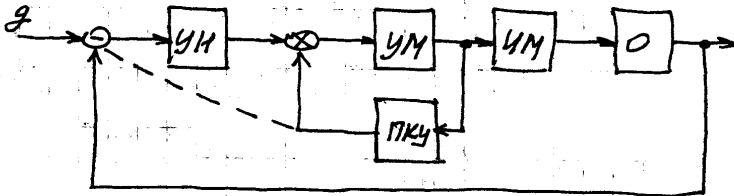


$$\begin{cases} z_1 = R_1 C_1, & z_2 = R_2 C_2 \\ z_1 z_2 = T_1 T_2 \\ z_1 + z_2 + R_1 C_2 = T_1 + T_2 \end{cases}$$

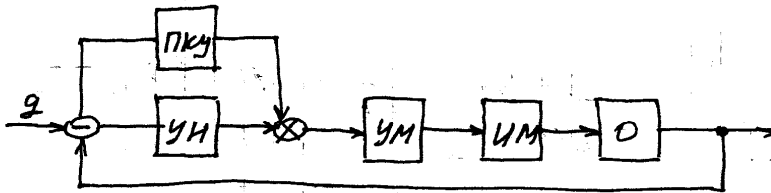


Параллельные коррекционные устройства.

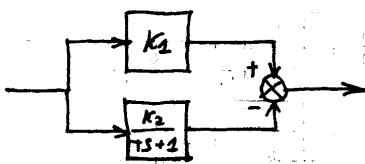
1. Включите в обратную связь



2. Включите в прямой цепи



Пример.



$$W = K_1 - \frac{K_2}{Ts+1} = \frac{1}{K_1+K_2} \frac{\frac{K_1}{K_1 \cdot K_2} Ts + 1}{Ts+1}$$

$K_1 \rightarrow K_2$

$$\approx \frac{d}{dt}$$

Достоинства ПКУ.

1. Уменьш. требования к эл-там сист. с точки зрения стабильности.
2. Невыс. хар-ки эл-тов, обеспечивают обр. связь, линеаризуются.
3. Питание ПКУ не возм. затруднений.
4. ПКУ работает при меньших уровнях помех, чем контрол.

Недостатки ПКУ.

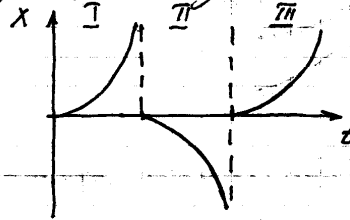
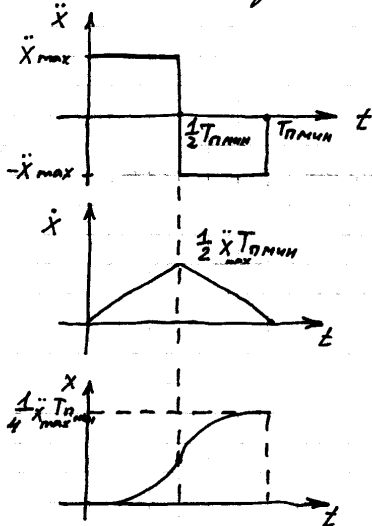
1. ПКУ более дорогие и громоздкие
2. Трудности при суммир. сигналов обр. связи и ошибок
3. Контроль с местной обр. связью может оказаться неуст.

Послед. КУ примен. в минимальных системах, паралл. - в мощных системах.

Лекция №5. 18.03.2004.

Постановка задачи синтеза корректирующих устройств частотным методом.

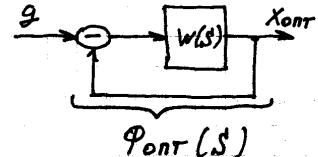
Рассмотрим систему, оптимальную по быстродействию.



I:  $x(t) = \frac{1}{2} \ddot{x}_{max} t^2$   
 II:  $x(t) = -\ddot{x}_{max} (t - \frac{1}{2} T_{мин})^2$   
 III:  $x(t) = \frac{1}{2} \ddot{x}_{max} (t - T_{мин})^2$

$$X_{опт} = \frac{1}{2} \ddot{x}_{max} t^2 \cdot 1(t) - \ddot{x}_{max} (t - \frac{1}{2} T_{мин})^2 \times 1(t - \frac{1}{2} T_{мин}) + \frac{1}{2} \ddot{x}_{max} (t - T_{мин})^2 \cdot 1(t - T_{мин})$$

$$X_{опт}(s) = \frac{1}{2} \ddot{x}_{max} \frac{2!}{s^3} - \frac{2 \ddot{x}_{max} e^{-\frac{1}{2} T_{мин} s}}{s^3} + \frac{1}{2} \frac{\ddot{x}_{max} \cdot 2! \cdot e^{-T_{мин} s}}{s^3}$$

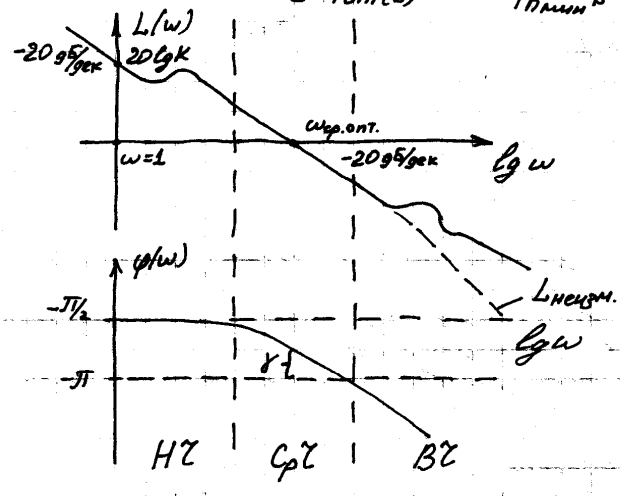


$g_0 = X_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} X_{опт}(t) = \frac{1}{4} \ddot{x}_{max} T_{мин}^2$   
 $e(t) = g(t) - X_{уст}(t)$

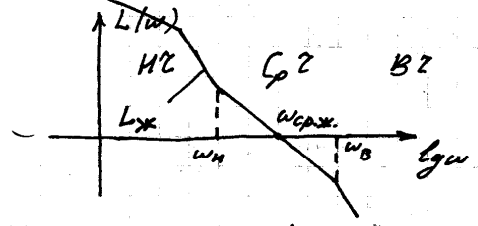
$$\Phi_{опт}(s) = \frac{X_{опт}(s)}{\frac{1}{4} \ddot{x}_{max} T_{мин}^2} = \frac{1 - 2e^{-\frac{1}{2} T_{мин} s} + e^{-T_{мин} s}}{s^2 \cdot \frac{T_{мин}^2}{4}}$$

$$W_{опт}(s) = \frac{\Phi_{опт}(s)}{1 - \Phi_{опт}(s)} = \frac{4(1 - 2e^{-\frac{1}{2} T_{мин} s} + e^{-T_{мин} s})}{T_{мин}^2 s^2 - 4[1 - 2e^{-\frac{1}{2} T_{мин} s} + e^{-T_{мин} s}]}$$

$$\omega_{кр.опт} = \sqrt{\frac{\ddot{x}_{max}}{X_{уст}}} = \frac{2}{T_{мин}}$$



ОАЧ СЧУ



$$\frac{K_{ST}}{T_{пmax}} \leq \omega_{рж.} \leq \omega_{р.от.}$$

$$\omega_{р.от.} = \omega_{р.} (T_{пmax})$$

$$B = K_{ST}$$

$\sigma, \%$	20	25	30	35	40
$\beta$	6,9	8,8	11,3	14,1	16,3

$$\omega_n = (0,14 \div 0,18) \omega_{рж.}$$

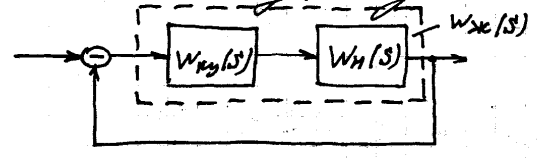
$$\omega_B = (6 \div 7) \omega_{рж.}$$

Методика синтеза пелательной АЧХ.

1. По треб. точности и нач. системы находят  $\beta_{тр}$ ,  $K_{тр}$ .
2. Перестраивают  $L_{нелд}$  в соотв. с треб.  $\beta_{тр}$  и  $K_{тр}$ .
3. Выбирают  $\omega_{рж.}$
4. Черз  $\omega_{рж.}$  проводят среднегеометрич. асимптоту пелательной АЧХ с наклоном  $-20$  дБ/дек и находят  $\omega_n$  и  $\omega_B$ .
5. Строим ВЗ так, чтобы согласовать с  $L_{нелд}(\omega)$  (чтобы она либо совп.  $L_{нелд}(\omega)$ , либо  $\parallel L_{нелд}(\omega)$ ).
6. Сопрягаем ВЗ пелательной АЧХ с  $C_p2$  и НЧ.

$L_x(\omega)$  должна быть по возможности меньше отличаться от  $L_{нелд}(\omega)$ .

Синтез последовательных корректирующих устройств.



$$L_{ж}(\omega) = L_n(\omega) + L_{кп}(\omega)$$

$$L_{кп}(\omega) = L_{ж}(\omega) - L_n(\omega)$$

Метод синтеза КУ справдлив для минимально-фазовых систем.

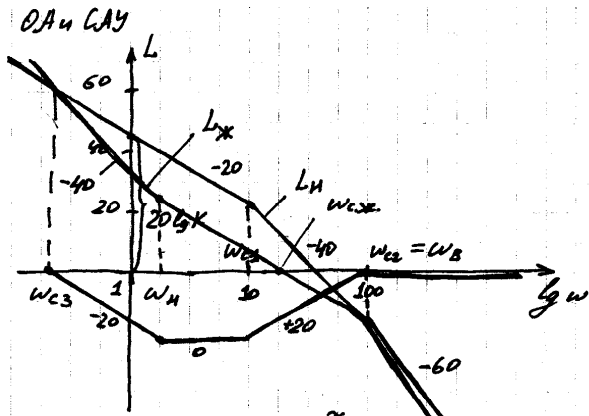
Пример:  $W_n(s) = \frac{200}{s(0,1s+1)(0,01s+1)}$

$$\sigma \leq 30\% ; T_{пmax} \leq 0,8 \text{ с} ; \beta = 1 \text{ (} c_0=0, c_1=0,005\text{)}$$

$$X_{max} = 0,1 ; \ddot{X}_{max} = 30 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_{с1} = 10 ; \omega_{с2} = 100$$

$$20 \lg 200 = 46 \text{ дБ}$$



$$K_{TP} = \frac{1}{C_2} = 200$$

$$\nu_{TP} = 1$$

$$\frac{11,3}{0,8} \leq \omega_{c.x.} \leq \sqrt{\frac{X_{max}}{X_{min}}} = \sqrt{\frac{30}{0,1}}$$

$$14 \leq \omega_{c.x.} \leq 17$$

$$\omega_{c.x.} = 15 \text{ c}^{-1}$$

$$\omega_H = (0,14 + 0,15) \omega_{c.x.} = 2,10 \div 2,25$$

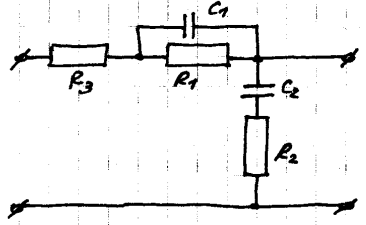
$$\omega_H = 2 \text{ c}^{-1}$$

$$\omega_B = (6 \div 7) \omega_{c.x.} = 90 \div 105$$

$$\omega_B = 100$$

$$W_{xy}(s) = \frac{\frac{1}{\omega_H s + 1} \frac{1}{\omega_{c2} s + 1}}{\frac{1}{\omega_{c3} s + 1} \frac{1}{\omega_{c2} s + 1}}$$

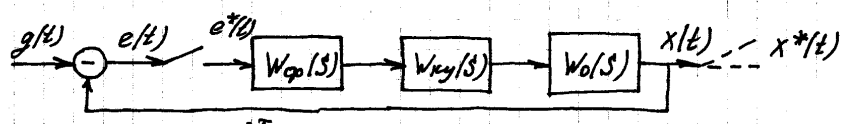
Реализация корректирующего устройства  
на основе RC-цепей.



$$K = \frac{R_2}{R_3 + R_2 + R_3}$$

$$R_2, C_1, R_2, C_2, R_3 \rightarrow \text{ГДСТ}$$

Лекция №6. 25.03.2004.



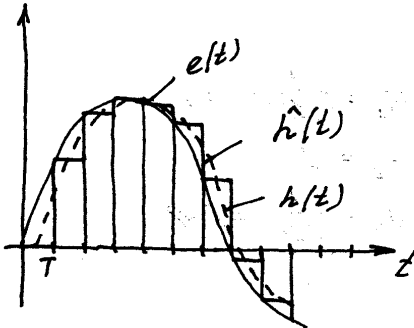
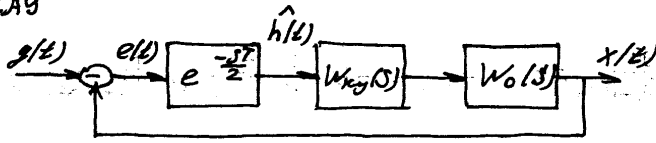
$$W_p(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

$$W_p(j\omega) = \frac{e^{-j\omega T/2} (e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2})}{j\omega} = \frac{2 e^{-j\omega T/2} \sin(\omega T/2)}{\omega} = \frac{T e^{-j\omega T/2} \sin(\omega T/2)}{\omega T/2}$$

$$W_p(j\omega) W_{xy}(j\omega) W_o(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_p(j\omega + j\omega_k) W_{xy}(j\omega + j\omega_k) W_o(j\omega + j\omega_k) =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{e^{j(\omega + \omega_k)T/2} \sin(\frac{(\omega + \omega_k)T}{2})}{\omega + \omega_k} W_{xy}(j\omega + j\omega_k) W_o(j\omega + j\omega_k) =$$

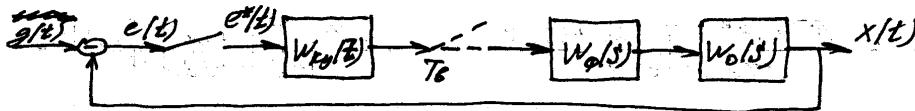
$$= e^{-j\omega T/2} W_{xy}(j\omega) \cdot W_o(j\omega)$$



Фигур  $h(t)$  на  $T/2$  относительно  $e(t)$ .

- При синтезе дискр. систем такой подход возмозен:
1. Малый период квант.  $T$
  2. Пресимптомная оценка устойчивости
  3. Истинная передат. Ф-ция имеет резонанс при  $\omega = \omega_T$

Корректирование при помощи дискретных КУ.



$T_s \ll T \Rightarrow$  расчит дискр. систему не отнят. от непрер.  
 $T_s = T$  - необх. исп. проинтерполированный дискр. фильтр (расчит. вместе с ФФНЧ).

Послед. коррекция с помощью библиейного преобразования.

1. Строится  $20 \lg |W_H(j\omega)| = 20 \lg |W_{\phi}(j\omega) W_0(j\omega)|$   
 $W_H(j\omega) \rightarrow W_H(j\Omega)$ ,  $\Omega = \lg \frac{\omega T}{2}$  (нормализованная частота)
2. Строим  $W_{ж}(j\Omega)$  и  $W_{ку}(j\Omega)$
3. Аналоговый регулятор:  $W_{ку}(j\Omega) \rightarrow W_{ку}(j\omega)$ ,  $\omega = \frac{2}{T} \arctg \Omega$   
 Цифровой регулятор:  $W_{ку}(j\Omega) \rightarrow W_{ку}(z)$ ,  $\omega = \frac{2}{T} \arctg \Omega$

Пример 1. Реализовать дискр. КУ  $W_{ку}(z) = \frac{z+1}{0,4z+1}$

$$W_{ку}(z) = \frac{\frac{z+1}{z} + 1}{0,4 \frac{z-1}{z} + 1} = \frac{2z}{1,4z+0,6}$$

$$W_{ку}(z) = \frac{z(z)}{c(z)} = \frac{2}{1,4+0,6z^{-1}}$$

$$1,4z[kT] + 0,6z[k-1]T = 2e[kT]$$

$$1,4z[kT] = -0,6z[k-1]T + 2e[kT]$$

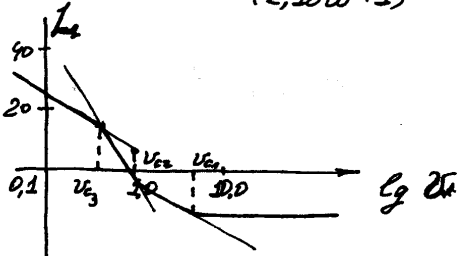
Пример 2.  $\sigma_{max} = 20\%$ ,  $T_{Dmax} = 1,8c$ ;  $K_{TP} = 40 c^{-1}$

$$\nu=1; W_0(s) = \frac{40}{s(0,1s+1)}; W_{\phi}(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s}, T=0,1c.$$

$$W_H(s) = Z \left\{ \frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{40}{s(0,1s+1)} \right\} = 40(1-z^{-1}) Z \left\{ \frac{1}{s^2(0,1s+1)} \right\} =$$

$$= \frac{4(0,368z+0,264)}{(z-1)(z-0,368)}$$

$$W_H(w) = \frac{2(0,165w+1)(1-w)}{w(2,16w+1)}$$



$$\nu_{c1} = \frac{1}{0,165} \approx 6$$

$$\nu_{c2} = 1$$

$$\nu_{c3} = \frac{1}{2,16} \approx 0,48$$

$$\nu_{cx} = \lg \frac{w_{max}T}{2} \approx \lg \frac{4 \cdot 0,1}{2} = \lg 0,2 \approx 0,2$$

$$L_{wy}(v) = L_x(v) - L_H(v)$$

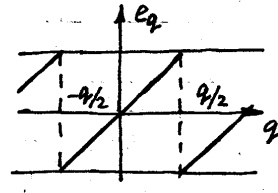
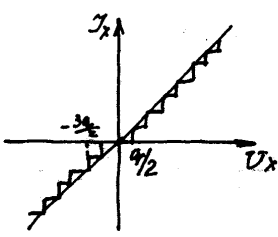
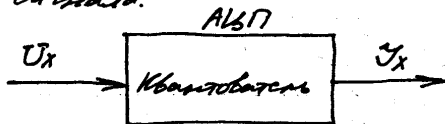
$$W_{wy}(w) = \frac{(0,033w+1)(2,16w+1)}{(0,005w+1)(w+1)}$$

$$w = \frac{z-1}{z+1}$$

$$W_{wy}(z) = \frac{97,96z^2 - 127,62z + 33,64}{402z^2 - 398z} = \frac{33,64z^{-2} - 127,62z^{-1} + 97,96}{402 - 398z^{-1}} = \frac{z(z)}{e(z)}$$

Квантование сигнала по уровню и выбор числа разрядов микропроцессора.

Разрядность процессора г.б. на порядок выше, чем у вх. и вых. сигнала.



$$e_{qmax} = q/2$$

$$e_{tmax} = q/2$$

$$e_a = q$$

$$e_{обш} = e_q + e_t + e_a = 2q$$

$$q = \frac{e_{обш}}{2} = \frac{X_{max}}{2^{N-1}}$$

$$2^{N-2} \geq \frac{X_{max}}{e_{обш}}$$

$$R = \frac{Y_{max}}{Y_x}$$

$$Y_{xmax} = 2^{N-1}$$

$$R = \frac{X_{max}}{2^{N-2}}$$

N - разрядность процессора

$$2^{N-2} \geq \frac{1+\sigma}{0,05} = 30$$

(sigma = 0,5, e\_обш = 5%)

N = 7 => подходит 8-разрядный микропроцессор



## ВЫВОДЫ

В курсе лекций рассмотрены основные темы курса «Основы автоматики и системы автоматического управления» такие как: Обратная связь в неустойчивом процессе, на примере лазерного дискового привода. В процессе расчетов задействован математический аппарат, позволяющий точно рассчитать управляющее воздействие, которое необходимо сообщить системе, для ее стабильной работы.

Данный конспект лекций составлен на основе лекционного курса, читаемого в МГТУ им. Н.Э. Баумана на кафедре иу4 преподавателем Деменков Н. П. Курс лекций рекомендован к выполнению текущих аттестационных мероприятий и подготовки к зачету по предмету «Основы автоматики и системы автоматического управления».

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. –М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.
2. Бесекерский В. В., Сорокин В. С. Теория систем автоматического регулирования. –М.: Высшая школа, 1986. –367 с
3. Кунцевич П. В., Хохлов А. Ф. Импульсные самонастраивающиеся и экстремальные системы автоматического управления. –М.: Высшая школа, 2000. – 494 с