

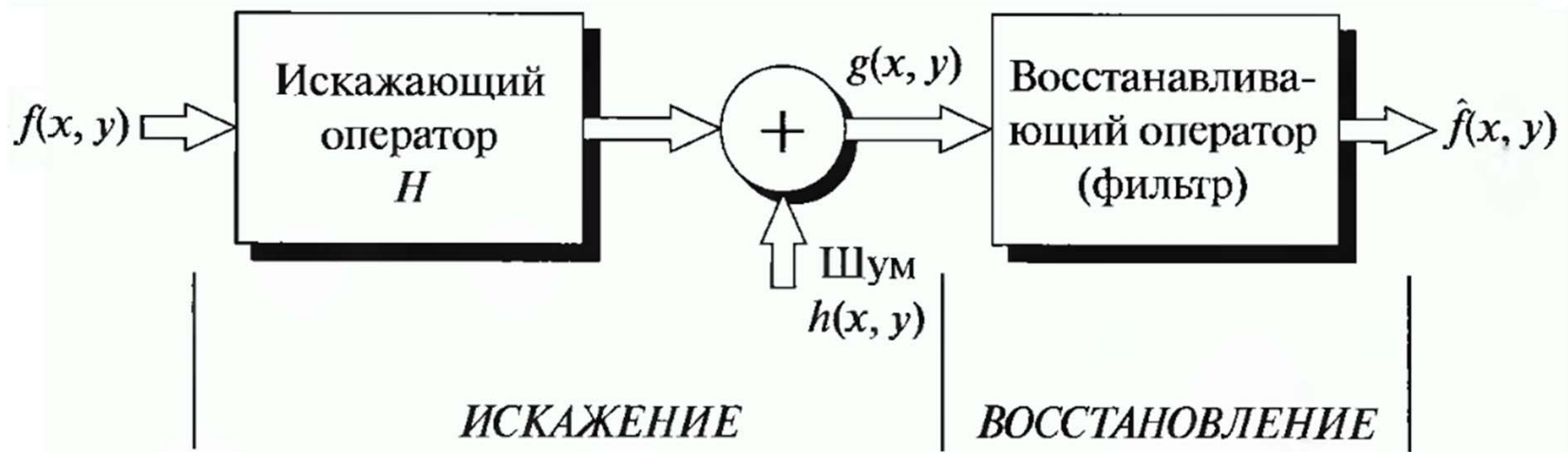
Восстановление дефокусированных изображений методом регуляризации Тихонова

Афиногенов Е.

Научный руководитель:

к.т.н., доцент Волосатова Т.М.

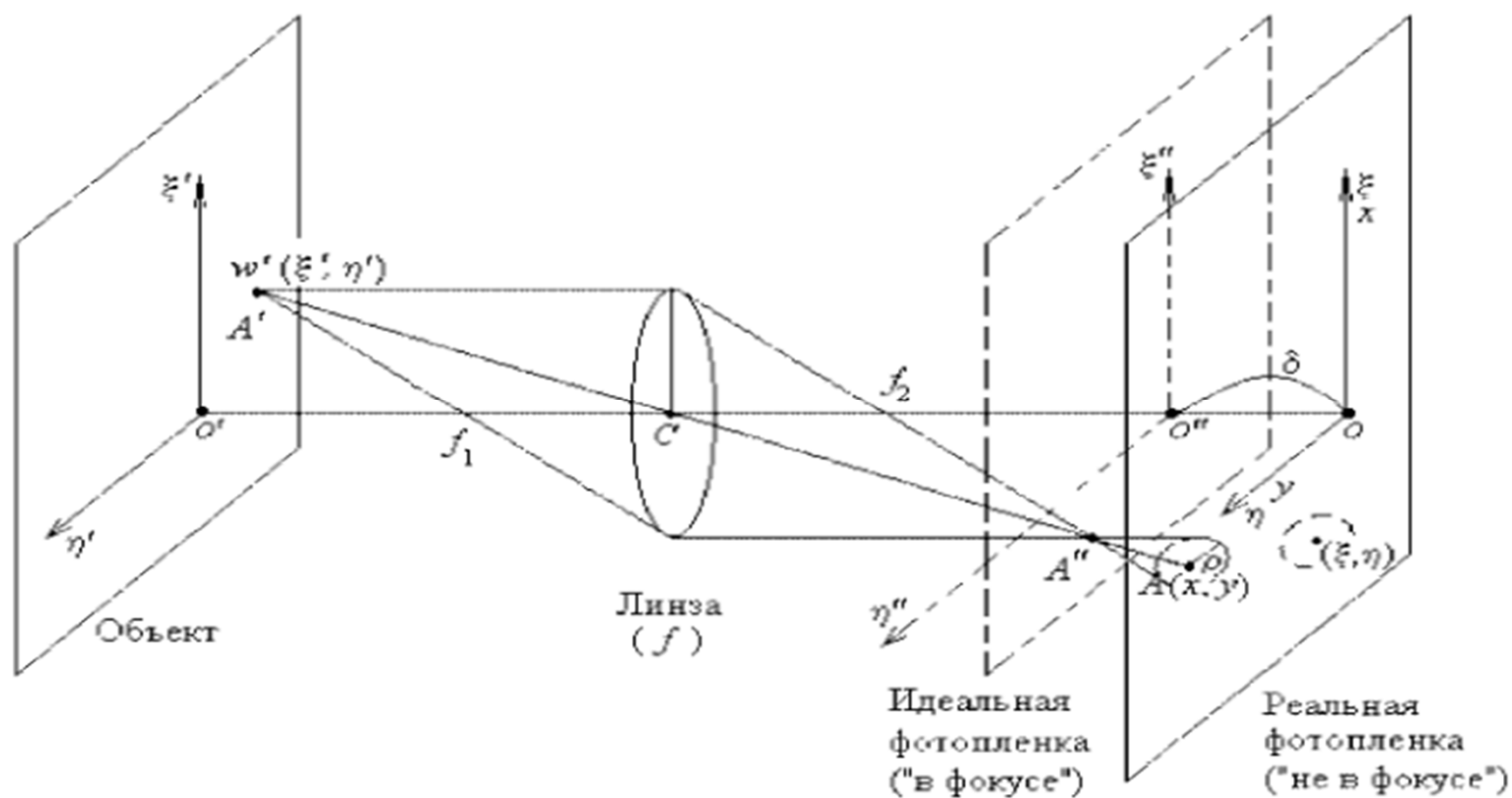
Модель процесса искажения / восстановления изображения



$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$
$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

Восстановление дефокусированных изображений.

Постановка задачи



Основное соотношение

$$g(x, y) = \iint_{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} \leq \rho} \frac{w(\xi, \eta)}{\pi \rho^2} d\xi d\eta$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} k(x-\xi, y-\eta) w(\xi, \eta) d\xi d\eta = g(x, y), \quad -\infty < x, y < \infty \quad k(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \rho^2}, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq \rho, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

$$w(\xi, \eta) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} W(\omega_1, \omega_2) e^{-i(\omega_1 \xi + \omega_2 \eta)} d\omega_1 d\omega_2$$

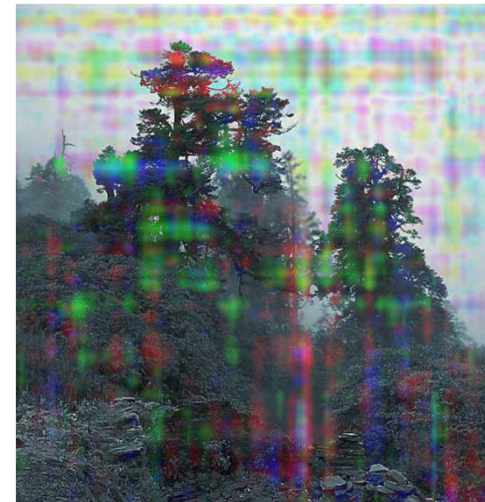
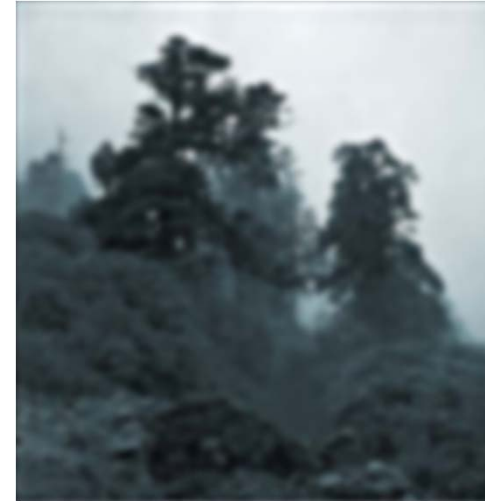
$$W(\omega_1, \omega_2) = \frac{G(\omega_1, \omega_2)}{K(\omega_1, \omega_2)}$$

Инверсная фильтрация

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$



Фильтрация методом минимизации среднеквадратичного отклонения

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$$

Предполагается, что выполнены следующие условия:

- Шум и неискаженное изображение некоррелированы между собой;
- Либо шум, либо неискаженное изображение имеют нулевое среднее значение;
- Оценка линейно зависит от искаженного изображения

$$\begin{aligned}\hat{F}(u, v) &= \left(\frac{H^*(u, v) S_f(u, v)}{S_f(u, v) |H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v)} \right) G(u, v) = \\ &= \left(\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v) / S_f(u, v)} \right) G(u, v) = \\ &= \left(\frac{1}{H(u, v) |H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v) / S_f(u, v)} \right) G(u, v)\end{aligned}$$

$$\hat{F}(u, v) = \left(\frac{1}{H(u, v) |H(u, v)|^2 + K} \right) G(u, v)$$

Фильтрация методом минимизации сглаживающего функционала со связью

Сглаживающий функционал

$$C[f] = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\nabla^2 f(x, y))^2$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Дополнительное ограничение (связь)

$$\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 = \|\boldsymbol{\xi}\|^2$$

Решение оптимизационной задачи с ограничением в частотной области

$$\hat{F}(u, v) = \left(\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |P(u, v)|^2} \right) G(u, v)$$

Процедура выбора параметра регуляризации

Определение вектора невязки

$$\mathbf{r} = \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}$$

Функционал невязки как функция параметра регуляризации

$$\phi(\gamma) = \mathbf{r}^T \mathbf{r} = \|\mathbf{r}\|^2$$

Условие выбора параметра регуляризации

$$\|\boldsymbol{\zeta}\|^2 - a \leq \|\mathbf{r}\|^2 \leq \|\boldsymbol{\zeta}\|^2 + a$$

Интерфейс программы

The image displays the 'Regularization' software interface, which is used for image restoration. The main window is titled 'Regularization' and contains several control panels and a central image display area.

Main Window Controls:

- Искажающая функция (Distorting function):** Частота среза (Cut-off frequency) is set to 60,0. A 'Применить' (Apply) button is present.
- Метод Ньютона (Newton's method):** Начальное приближение (Initial approximation) is 0,5; Точность решения (Solution accuracy) is 0,0001; Шаг дифференцирования (Differentiation step) is 0,00001. A 'Старт' (Start) button is present, with a value of 0,1901648106 displayed next to it.
- Метод перебора (Brute force method):** Начальное приближение (Initial approximation) is 1,0; Начальное значение шага (Initial step value) is 0,1; Точность решения (Solution accuracy) is 0,0001. A 'Старт' (Start) button is present, with a value of 0,2 displayed next to it.
- Параметр регуляризации (Regularization parameter):** Set to 0,1901648106. A 'Восстановить' (Restore) button is present.

Central Image Display: The main window shows a sequence of images: 'Original Image', 'FFT', 'New Image', and 'Reconstructed'. The 'Original Image' is a grayscale photograph of a building with a prominent spire.

Right Panel (Image Processing):

- Открытие нового изображения (Open new image):** 'Открыть' (Open) button.
- Сохранение изображения текущей вкладки (Save image of current tab):** 'Сохранить' (Save) button. 'Выбрана вкладка: FFT' (Selected tab: FFT) is displayed.
- Преобразование Фурье (Fourier transform):** 'Прямое преобразование Фурье' (Direct Fourier transform) with 'FFT' button; 'Обратное преобразование Фурье' (Inverse Fourier transform) with 'IFFT' button.

Bottom Panel (Image Results):

- Original Image:** The original grayscale photograph of the building.
- FFT:** The Fast Fourier Transform (FFT) of the original image, showing a central bright spot and a cross-shaped pattern.
- New Image:** The image after applying the regularization process, appearing slightly blurred.
- Reconstructed:** The reconstructed image, which is a restored version of the original image.



Спасибо за внимание